

基于多重分形理论的土壤水非均匀流动分析

朱磊¹, 周清², 王康², 杨金忠²

(1. 河海大学南方地区高效灌排与农业水土环境教育部重点实验室, 江苏 南京 210098;

2. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘要: 通过显色示踪方法研究了粘土土质、不同边界条件下的非均匀流动模式。20, 40, 60 和 80 mm 的 4 组入渗水量条件下流动模式由面积较小的优先流逐步过渡到局部和全局性基质流, 采用最大入渗深度分布和实际入渗深度分布对非均匀流动进行了特征, 4 组试验非均匀流动均具有多重分形性质, 多重分形谱与流动非均匀性具有显著的关系, 非均匀流动多重分形谱的基本性状由土壤介质性质决定, 而流动的非线性主要影响多重分形谱曲线形状。

关键词: 多重分形理论; 土壤水; 非均匀流动; 流动模式

中图分类号: P641.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-6791(2009)03-0392-06

高度变异性和各向异性是土壤的基本特性, 而流动的非线性又使得土壤中水和溶质的运动更加不确定。大量的野外试验^[1]及室内观测^[2,3]都表明了非均匀流动是一种普遍的规律。多孔介质中非均匀流动表现出复杂的动力状态, 通过平均流速和方差(如连续性模型及其扩展模型)的方法, 通常无法有效的描述非均匀流动过程^[4]。近年来的染色示踪试验观测结果表明, 土壤中水流运动模式具有分形性质^[5-7]。非均匀流动所具有分形性质是各种因素综合作用的结果, 包含了介质结构, 流动特性以及介质和流动之间相互作用等多方面的信息, 而通过介质的水动力参数模拟流动的连续性方法通常无法有效的描述流动非线性特性, 研究非均匀流动分形描述以及流动分形特征所具有的动力学性质对于了解土壤水运动的物理基础以及非均匀流动模拟都具有实际意义。

本文根据碘和淀粉反应显色原理对土壤水非均匀流动进行示踪, 在此基础上, 研究不同边界条件下非均匀流动特性的变化规律; 分析流动非均匀性多重分形特性; 探讨非均匀流动的动力学性质。

1 非均匀流动显色示踪试验研究

试验于 2007 年 7~9 月在武汉大学灌溉排水与水环境综合试验场进行。在风干土条件下检验了碘离子对流弥散性质对示踪结果的影响以及临界显色浓度, 结果表明, 碘离子溶液浓度为 20 g/L 情况下具有较好的示踪效果。试验前 1 d 在试区一侧开挖工作剖面并测量了初始土壤含水率。将碘化钾溶解于水中, 在 1.0 m × 1.0 m 的矩形区域内, 形成入渗(图 1), 入渗结束 12 h 后, 开始沿 x 方向逐层开挖剖面, 并向剖面喷洒淀粉溶液, 水流经过的区域, 碘和淀粉反应显现出蓝紫色(碘在离子状态下不与淀粉反应, 在淀粉溶液中加入了 25 g/L 硝酸铁, 作为氧化剂将碘离子完全氧化为碘分子, 并加速反应时间), 照相记录剖面显色模式, 试验在白天进行, 照相时避免阳光直接照射剖面, 并进行了散光处理, 照相后在 0~100 cm 深度分层取样, 分别测定了显色区和未显色区土壤含水率, 剖面之间距离为 5 cm。

收稿日期: 2008-06-30

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)资助项目(2006CB403404); 国家自然科学基金资助项目(50639040; 50609019)

作者简介: 朱磊(1980-), 男, 宁夏人, 博士, 主要从事土壤水及地下水环境方面的研究。

E-mail: whuzhulei@yahoo.com.cn

通讯作者: 王康, E-mail: wwangkang@163.com

进行了不同流动边界条件下的 4 组试验,入渗水量分别为 20,40,60 和 80 mm(试验 1 到试验 4)。4 组试验除入渗水量和初始土壤含水率不同之外,其它条件均相同。试验在原状土条件下进行,土质为粘土,介质条件较为均匀,未观测到明显的大孔隙和结构发育,土壤物理及水动力性质参数如表 1 所示。

表 1 土壤物理和水动力性质

Table 1 Soil physical and hydraulic properties

深度 / cm	粒径分布 / %			容重 / (g cm ⁻³)	孔隙率 / %	饱和水力传导度 / (cm s ⁻¹)
	> 50 μm	2 ~ 50 μm	< 2 μm			
0 ~ 10	3.5	55.0	44.5	1.44	38.2	5.8 × 10 ⁻⁵
10 ~ 20	4.4	51.5	44.4	1.50	38.7	2.1 × 10 ⁻⁵
20 ~ 50	4.3	51.4	44.3	1.50	39.4	2.2 × 10 ⁻⁵
50 ~ 100	4.7	50.7	44.6	1.59	40.1	1.4 × 10 ⁻⁵

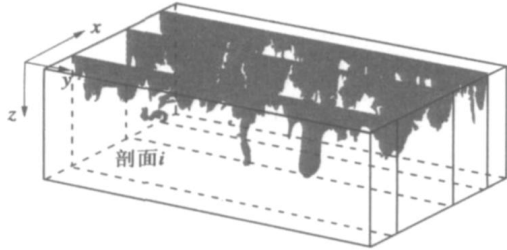


图 1 田间试验示意图

Fig. 1 Diagram of the experimental field

图 2(a) ~ 图 2(d) 分别 4 组试验典型流动剖面的比较,其中网格长(宽)度为 10 cm,灰色区域为显色区域,不同边界条件(入渗水量)下,流动模式表现出明显的差异:20 mm 水量入渗情况下,流动模式以面积较小的优先流为主,显色面积随深度迅速下降,40 mm 和 60 mm 水量入渗情况下,逐渐由以面积较大的优先流为主流动模式变化为局部基质流和优先流为主的流动模式,入渗水量增加至 80 mm,则流动模式以局部和全局性基质流为主。

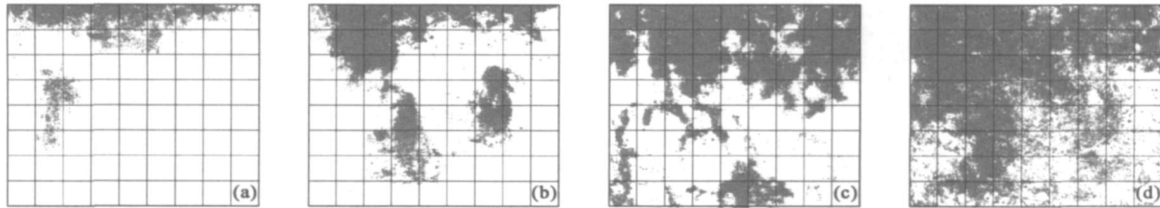


图 2 不同边界条件下流动模式剖面

Fig. 2 Stained patterns of the four plots with different experimental treatment

各试验剖面湿润锋弯曲度(湿润周长与入渗宽度比例)如表 2 所示,随着由优先流为主的流动模式向基质流为主的流动模式的过渡,由于显色区域面积增加,湿润锋弯曲度均值表现出增加的趋势,而标准差的减少则表明同一试验各剖面之间流动模式差异程度减弱。

表 2 流动非均匀特征及多重分形谱参数

Table 2 Parameters used to describe flow heterogeneity and multifractal spectrum

入渗边界 / mm	Z_c	弯曲度 / (°)	最大入渗深度				实际入渗深度			
			c	$f(c)$	D_1	D_2	c	$f(c)$	D_1	D_2
20	0.23	3.02	0.338	0.297	0.955	0.952	0.290	0.262	0.960	0.939
		±1.4	±0.12	±0.21	±0.08	±0.17	±0.10	±0.18	±0.06	±0.13
40	0.27	4.12	0.329	0.258	0.976	0.959	0.279	0.217	0.985	0.970
		±1.3	±0.14	±0.20	±0.06	±0.11	±0.15	±0.20	±0.06	±0.11
60	0.28	4.41	0.264	0.273	0.983	0.966	0.233	0.188	0.987	0.975
		±1.2	±0.15	±0.22	±0.06	±0.13	±0.14	±0.22	±0.05	±0.09
80	0.40	5.61	0.244	0.375	0.997	0.988	0.267	0.320	0.993	0.985
		±1.1	±0.17	±0.24	±0.05	±0.09	±0.15	±0.29	±0.03	±0.07

注: $Z_c = Z_{50} / Z_{max}$, 为 50% 显色面积深度和最大入渗深度比值。3.02 ± 1.4 表示均值 ± 标准差(下同)。

2 非均匀流动多重分形分析

2.1 非均匀流动多重分形描述

由图 2 可知，最大入渗深度以上的区域并没有完全显色，为了表征水流运动的非均匀性，引入实际入渗深度 $Z_{Act}(x, y)$ 的概念，定义为

$$Z_{Act}(x, y) = \sum_{i=1}^n Z_i(x, y) \tag{1}$$

式中 $Z_i(x, y)$ 为 (x, y) 位置第 i 层(水平层，以像素为单位)的厚度，位于显色区时 为 1，反之， 为 0； n 为垂直分层数。 $Z_i(x, y)$ 和 值可通过剖面显色分布信息直接确定。分别以最大入渗深度和实际入渗深度分布为物理量考察流动非均匀特性。以 为测量尺度，将区域分为 $n(\)$ 个区间，令 $\mu_i(\)$ 是空间标度为 $i, 1 \leq i \leq n(\)$ 的区间样本平均值的归一化入渗深度(最大入渗深度或实际入渗深度)值。

$$\mu_i(\) = Z_i / \sum Z_i \tag{2}$$

式中 $\sum \mu_i = 1$ ； Z_i 为第 i 个区间入渗深度平均值。入渗深度分布具有分形特征，则

$$\mu_i(\) \tag{3}$$

反映 μ_i 随测量尺度 变化的各个区间的性质，描述出各个区间的奇异程度。令具有相同 的区间的数目为 $N(\ , \)$ 。 $N(\ , \)$ 随 减小而增加，若存在多标度关系，则满足幂关系。

$$N(\ , \) \sim \delta^{-f(\)} \tag{4}$$

多重谱函数 $f(\)$ 表示 μ_i 中具有相同 区间的数目随 减小而增大的速度，表示为

$$f(\) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\ , \)}{\ln \frac{1}{\delta}} \tag{5}$$

归一化深度的不同阶矩之间的自仿射关系满足

$$\sum_{i=1}^{n(\)} (\mu_i(\))^q \sim \delta^{-(q)} \tag{6}$$

式中 (q) 为 q 阶质量指数； 与广义分形维数 D_q 关系满足： $(q) = (1 - q) D_q$

$$D_q = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{1 - q} \frac{\ln \sum_{i=1}^{n(\)} \mu_i^q}{\ln \frac{1}{\delta}} \tag{7}$$

$q=1$ 时，广义分形维数 D_1 为具有与 Shannon 信息熵^[8]相同的函数形式，因而称为信息维数，描述所包含的非均匀信息量， $q=2$ 时，则广义分形维数 D_2 为相关维数，反映在一定距离内，流动模式的相似程度。

定义 $(\ , q) = \sum_{i=1}^{n(\)} \mu_i(\)^q \tag{8}$

由式(6)和式(8)可知 $(q) = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(\ , q)}{\ln \delta} \tag{9}$

根据式(9)， (q) 可通过 $\ln(\ , q) \sim \ln \delta$ 双对数曲线中无标度区(即线性区)进行估计。 $(\ , q)$ 反映归一化入渗深度 $\mu_i(\)$ 的不均匀性，入渗深度分布存在多标度关系情况下，奇异标度指数 (q) 是 q 的非线性递减函数，通过 Legendra 变换得 (q) 、 $f(\)$ 、 (q) 关系如下^[9]：

$$(q) = \frac{d(\)}{dq} \tag{10}$$

$$f(\) = \min_q [(q) q - (q)] \tag{11}$$

归一化深度 $\mu_i(\)$ 、 (r, q) 及 (q) 确定后，即可相应地计算 和分形谱函数 $f(\)$ 。

2.2 非均匀流动多重分形谱分析

4 组试验剖面(以 $x = 50 \text{ cm}$ 位置剖面为例)最大入渗深度和实际入渗深度 $\ln(\lambda, q) \sim \ln \lambda$ 关系如图 3 所示, $q < 1$ 时, $\ln(\lambda, q) \sim \ln \lambda$ 基本上保持为直线关系; $q > 1$ 时曲线则近似分为两段, 斜率绝对值随 q 值的增加而增大, 即非均匀流动并不是在所有 $\ln \lambda$ 范围内都满足标度不变性。这种异常现象主要出现在 20 mm 和 40mm 入渗水量的情况中, 可能是由于随着测量尺度的变化归一化入渗深度变化过快, 从而引起 $q > 1$ 时 $\ln(\lambda, q)$ 在一定范围内异常增大而造成的。而随着入渗水量的增加, q 取任意值情况下, $\ln(\lambda, q) \sim \ln \lambda$ 均表现出线性关系。由于 $\ln(\lambda, q) \sim \ln \lambda$ 具有较好的拟合度, 表明非均匀流动分布具有自相似性和多重分形特征。

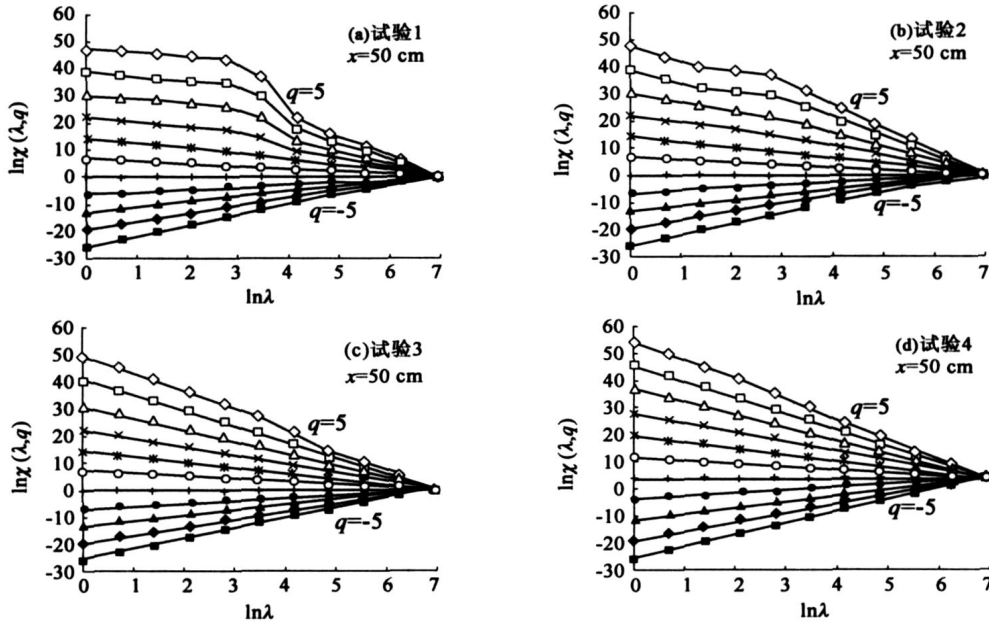


图 3 各试验 $x = 50 \text{ cm}$ 剖面最大入渗深度($\ln(\lambda, q) \sim \ln \lambda$)关系

fig.3 Relationship between $\ln(\lambda, q)$ and $\ln \lambda$ of the maximum infiltration depth for the profiles at the location with coordinate $x = 50 \text{ cm}$

4 组试验 $x = 30, 50, 70, 90 \text{ cm}$ 位置剖面最大入渗深度和实际入渗深度多重分形谱分别如图 4(a)图 4(b)所示。可以看出, 非均匀流动的多重分形谱是不对称的, 并且不同的边界(入渗水量)条件下不对称性也表现出显著的差异, 随着入渗水量的增加, 最大入渗深度多重分形谱中 $q > 0$ 的区域($\alpha < 0$, α_0 为多重分形谱最大值

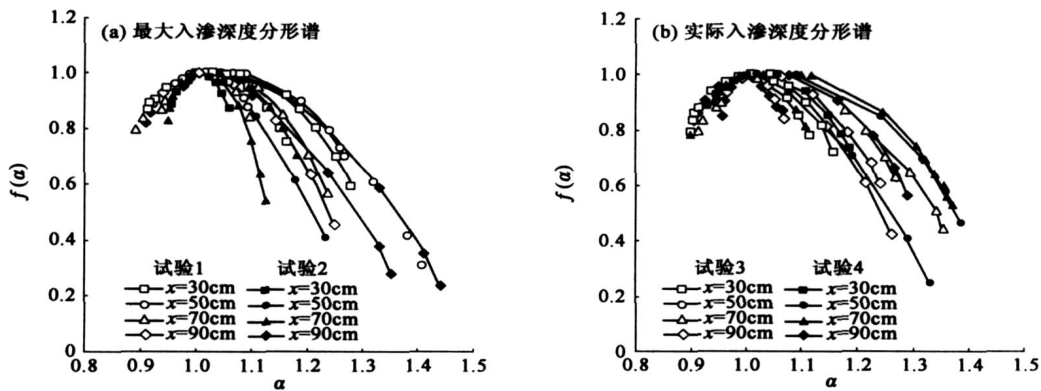


图 4 最大入渗深度和实际入渗深度分布多重分形谱

Fig.4 Multifractal spectrums of the maximum and the actual infiltration depth

($q=0$)所对应的值)逐渐向左偏移,而的跨度(,表2所示)也逐渐减小,多重分形谱逐渐向奇异性弱的区域偏移,这与流动非均匀性降低的趋势一致。实际入渗深度分形谱表现出与最大入渗深度相似的趋势,随着入渗水量的增加,分形谱总体表现出向较小、且奇异性较弱的区域偏移的趋势,但偏移程度有所减小。

由表2可知,最大入渗深度分形谱的跨度()和值域 $f()$ 大于实际入渗深度分形谱的跨度和值域。最大入渗深度以上的区域完全显色的情况下,实际入渗深度将等同于最大入渗深度,而实际入渗深度分布和最大入渗深度之间的差异越为明显,则流动的非均匀性也越为显著,采用实际入渗深度的概念在很大程度上平均了水平方向的流动非均匀性,因而,实际入渗深度分布的非均匀程度要小于最大入渗深度分布。多重分形谱较好地描述了流动非均匀特征,随着流动非均匀性的增加,最大入渗深度和实际入渗深度分形谱跨度之间的差异亦表现出增大的趋势,同时也表明,当流动非均匀性增加的情况下,采用实际入渗深度的概念描述非均匀流动,将可能导致更多的非均匀流动信息丢失。

2.3 非均匀流动动力学性质分析

比较图2和图4可知,4组试验不同剖面显色模式表现出明显的差异,剖面之间的多重分形谱 $\sim f()$ 曲线也显著不同,20 mm和40 mm水量入渗情况下, $f(\max)$ 较小,表明入渗最大值情况在整个入渗深度值域中所占的比例最小,这与其水流流态以面积较小的局部优先流为主、显色面积随深度迅速下降的流动模式较为一致。而60 mm和80 mm水量入渗情况下, $f(\max)$ 较大,这与其流动模式以局部基质流为主、显色面积变化相对较为平缓相一致,可见多重分形谱与流动非均匀性表现出一致的变化趋势。

4组试验非均匀流动模式多重分形谱的相似性,主要表现在多重分形谱形态基本相似, ρ_0 区域明显大于 $< \rho_0$ 区域,且 $f()$ 最大值相同,而多重分形谱的不同则主要是多重分形谱跨度和值域的差异。由于4组试验在相同的土壤质地条件下进行,且没有观测到明显的大孔隙和结构发育,土壤介质性质和流动非线性(入渗不稳定性)是影响非均匀流动的主要因素,因而可认为,非均匀流动多重分形谱的基本性状是由土壤的介质性质所决定的,而流动的非线性主要影响多重分形谱曲线形状(跨度和值域分布)。

4组试验各剖面信息维数 D_1 和相关维数 D_2 均值和标准差的比较如表2所示,入渗水量由20 mm增加至40 mm,信息维数和相关维数的变化程度明显的大于入渗水量由40 mm增加至60 mm和由60 mm增加至80 mm两种情况下的变化量,表现出非线性变化趋势,而对于实际入渗深度,信息维数和相关维数则表现出线性变化趋势。由于采用实际入渗深度在很大程度上平均了非均匀流动信息,因而可知相比垂直方向的非均匀性,水平方向流动非均匀性更为显著,也表明流动非均匀性与其多重分形性质具有显著的关系。

3 结 论

采用显色示踪试验研究了粘土条件下的非均匀流动模式,碘离子随水流入渗,形成剖面后喷洒淀粉溶液,水流经过的区域碘和淀粉反应发生颜色变化,进而确定非均匀流动模式。开展了4组不同边界(入渗水量)条件下的非均匀流动试验。

随着入渗水量的增加,流动的非均匀性表现出减弱的趋势,以局部面积较小的优先流为主的流动模式过渡到以局部基质流和全局性基质流为主的流动模式,流动非均匀性随着入渗水量的增加而逐件减弱。

采用最大入渗深度分布和实际入渗分布特征非均匀流动,4组试验非均匀流动均具有多重分形性质,多重分形谱和广义分形维数与流动非均匀性具有显著的关系,非均匀流动多重分形谱的基本性状是由土壤的介质性质所决定的,而流动的非线性主要影响多重分形谱曲线形状。

参考文献:

- [1] DAHAN O, NATIV R, ADAR E, et al. On fracture structure and preferential flow in unsaturated chalk[J]. *Ground Water*, 2000, 38: 444 - 451.
- [2] PERSOFF P, PRUESS K. Two-phase flow visualization and relative permeability measurement in natural rough-walled rock fractures[J]. *Water Resour Res*, 1995(31): 1175 - 1186.
- [3] SU G W, GELLER J T, PRUESS K. Experimental studies of water seepage and intermittent flow in unsaturated, rough-walled fractures[J]. *Water Resour Res*, 1999, 35: 1019 - 1037.
- [4] JURY W A, WANG Z. Unresolved problems in vadose zone hydrology and contaminant transport[C]. *Dynamics of Fluids in Fractured Rock*, geophys monogr ser. Washington: AGU, 2000: 67 - 72.
- [5] OLSSON J, PERSSON M, ALBERGEL J. Multiscaling analysis and random cascade modeling of dye infiltration[J]. *Water Resources Research*, 2002, 38: 1263.
- [6] WANG K, ZHANG R, YASUDA H. Characterizing heterogeneity of soil water movement by dye infiltration experiments[J]. *Journal of Hydrology*, 2006, 328: 559 - 571.
- [7] 王康, 张仁铎, 王富庆, 等. 土壤水分运动空间变异性尺度效应的染色示踪入渗试验研究[J]. *水科学进展*, 2007, 18(2): 158 - 163. (WANG Kang, ZHANG Ren-duo, WANG Fu-qing, et al. Characterizing scale-dependent heterogeneity of soil water movement through dye infiltration experiments[J]. *Advances in Water Science*, 2007, 18(2): 158 - 163. (in Chinese))
- [8] SHANNON C E. A mathematical theory of communication[J]. *Bell Syst Tech J* 1948, 27: 379 - 423.
- [9] KRAVCHENKO A N, BOAST C W, BULLOCK D G. Multifractal analysis of soil spatial variability[J]. *Agron J*, 1999, 91: 1033 - 1041.

Analysis of the heterogeneous soil water flow based on the multifractal theory^{*}

ZHU Lei¹, ZHOU Qing², WANG Kang², YANG Jir-zhong²

(1. Key Laboratory of Efficiency Irrigation Drainage and Agricultural Soil-Water Environment in Southern China,

Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower

Engineering Sciences, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: Heterogeneous soil water flow was investigated by using the iodine-starch staining patterns. The field experiments were conducted at four plots with ponding water depths of 20, 40, 60, and 80 mm, respectively. The stained patterns of soil profiles show that soil water flow changes from the preferential flow with a few flows path and low stained coverage to the homogeneous infiltration of the decreased unstained areas with the increase of ponding water depths. The redistribution of infiltration water is mainly influenced by the stained patterns. Flow patterns are characterized by using the distributions of the maximum and actual depths. The heterogeneous soil water flow patterns from the four experiments show the multifractal nature. The flow heterogeneity is closely correlated to the multifractal spectrum. The constitutive properties of the fractal spectrum function are determined by the soil texture, whereas the range and shape of the function are affected by the nonlinearity of the heterogeneous flow.

Key words: multifractal theory; soil water; heterogeneous flow; flow pattern

* The study is financially supported by the National Basic Research Program of China (No. 2006CB4034040) and the National Natural Science Foundation of China (No. 50639040; NO. 50609019).