

# 实时校正中的旁侧入流反演方法

吴晓玲, 王船海, 向小华

(河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 在水文与水动力学相结合的预报模型中, 对于水文模型计算有误差, 造成水动力学区间旁侧入流与实际不吻合情况, 依据水量平衡原理, 对旁侧入流进行反演校正。采用四点线性隐格式求解圣维南方程组, 结合卡尔曼滤波技术建立以水位、流量作为综合状态量的卡尔曼滤波状态空间方程。采用反问题的思想把校正后的水位、流量不平衡量反馈到旁侧入流中, 修正原有的区间来水量, 进而修正预报期的旁侧入流。选择长江干流寸滩至万县河段, 以及长江下游大通至镇江段进行演算, 分别采用三峡水库 135m 蓄水阶段的水文资料和 1998 年水文资料进行 6h 洪水预报, 结果表明旁侧入流反演校正方法是可行的。

**关键词:** 实时校正; 反问题; 卡尔曼滤波; 旁侧入流

**中图分类号:** P338.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-6791(2009)01-0052-06

水文与水动力学相结合的洪水预报技术受到越来越多的广泛关注<sup>[1]</sup>, 由于在构建水文预报模型过程中会有很多误差导致模型预报不准确<sup>[2]</sup>。因此对于洪水预报模型来说, 误差校正是必不可少的, 它使模型预报沿着正确的轨迹进行<sup>[3]</sup>。水力计算的误差主要受河道糙率, 旁侧入流, 上、下游边界条件, 对于非恒定流计算还包括初始条件<sup>[4]</sup>等因素影响。一般情况下, 初始条件随时间推移对流态的影响减弱; 用充分信任的实测过程作为上、下游边界条件; 通过数场洪水进行参数率定, 尽量降低边界条件和糙率不准确对模型计算的影响<sup>[5]</sup>。此时的水动力学模型计算结果与控制站的实测过程相比, 仍存在水位、流量的非随机性有色噪声, 为了白化该有色噪声, 认为此水位、流量的不平衡量是由水文、水动力学模型相关联时, 水文模型出流计算不准确导致的。针对该问题, 采取反问题<sup>[6,7]</sup>的思路, 把控制点处的水位、流量的不平衡量, 通过卡尔曼滤波技术反馈到水文模型计算, 从而得到对旁侧入流的修正, 达到校正水文、水动力学耦合预报模型的效果。

本文以离散并线性化的圣维南方程组为基础, 建立以断面水位、流量为状态量的卡尔曼滤波方程, 运用卡尔曼滤波反问题的分析方法把水位、流量不平衡量反推到旁侧入流中, 对其进行修正, 从而为准确计算区间旁侧入流提供了一条新途径, 并选择两种典型流域验证本文方法的普遍性。

## 1 计算方法

### 1.1 离散线性化圣维南方程组

描述河道水流运动的圣维南方程组为

$$\begin{cases} B \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial Z}{\partial x} + gn^2 \frac{|u|}{R^{4/3}} Q = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $q$  为单位河长上分布的旁侧入流量;  $Q$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $Z$  分别为河道断面流量、过水面积、河宽和水位;  $n$

收稿日期: 2007-11-16

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划课题 (2006BAC05B02)

作者简介: 吴晓玲 (1981-), 女 (满族), 黑龙江牡丹江人, 博士研究生, 主要从事水动力学洪水预报方面的研究。

E-mail: freebir7237@hhu.edu.cn



量进行滤波校正, 在量测  $k$  次后, 得到最优滤波值  $X^k$ , 根据式(4)预测  $(k+1)$  的状态值。

$$X^{k+1/k} = {}^{k+1/k}X^k + U^k + \bar{w}^k \quad (6)$$

量测的期望值被认为是  ${}^{k+1}X^{k+1/k}$ 。在得到  $(k+1)$  次量测  $Y^{k+1}$  后, 用量测的期望与实测值之间的偏差来修正预测值  $X^{k+1/k}$

$$X^{k+1} = X^{k+1/k} + K^{k+1}(Y^{k+1} - {}^{k+1}X^{k+1/k}) \quad (7)$$

此处的  $K^{k+1}$  是使误差方阵极小为原则的增益矩阵。

$$K^{k+1} = P^{k+1/k} ({}^{k+1}P^{k+1/k} + R^{k+1})^{-1} \quad (8)$$

此时的误差协阵为

$$P^{k+1/k+1} = (I - K^{k+1}) P^{k+1/k} = (I - K^{k+1}) ({}^{k+1}P^{k/k} + {}^{k+1}P^{k+1/k}) \quad (9)$$

按式(6)~式(9)依次执行, 便可实现卡尔曼滤波计算。

### 1.3 旁侧入流反演模型

观察式(6), 系统噪声均值  $\bar{w}^k = [\bar{w}_{Q_0}^k, \bar{w}_{Z_0}^k, \dots, \bar{w}_{Q_L}^k, \bar{w}_{Z_L}^k]$  可以看作输入项的修正  $U_w^k$ , 进而白化系统噪声序列, 相应式(6)变形为

$$X^{k+1/k} = {}^{k+1/k}X^k + U^k + U_w^k \quad (10)$$

计算式(6)前需要统计各个断面的系统噪声均值, 对于  $k$  时刻第  $i$  号断面系统噪声统计方式为

$$\bar{w}_i^k = \frac{1}{N} \sum_{t=k}^{k+N-1} (X_i^t - X_i^t) \quad (11)$$

式中  $X_i^t$  为最优滤波值, 即经过  $t$  时刻量测值修正过,  $i$  断面的状态量 ( $Z$  or  $Q$ );  $X_i^t$  为滤波前  $i$  断面  $t$  时刻预测状态量;  $N$  为统计系统噪声均值的样本数, 一般取 30。由式(11)可见, 系统噪声代表了在滤波校正过程中水位、流量的不平衡量。

由式(4)中输入项的形式  $U^k = (A)^{-1}H$ , 其中  $H$  项中包含对旁侧入流的考虑(由式(2)), 得到依据  $U_w^k$  反算得到旁侧入流的修正,  $U_w^k = (A)^{-1}H_w^k$ ,  $H_w^k$  代表了水位、流量滤波校正的不平衡量对旁侧入流的影响。只针对  $H_w^k$  中非零元素项进行计算, 反推旁侧入流修正, 认为旁侧入流修正对动量方程无影响。

$$H_w^k = (A) U_w^k$$

$$\Rightarrow [0 \quad D_{w_0}^k \quad \dots \quad D_{w_{L-1}}^k \quad 0 \quad 0] = (A) [\bar{w}_{Q_0}^k \quad \bar{w}_{Z_0}^k \quad \dots \quad \bar{w}_{Z_{L-1}}^k \quad \bar{w}_{Q_L}^k \quad \bar{w}_{Z_L}^k]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_{w_0}^k = -\bar{w}_{Q_0}^k + C_0(\bar{w}_{Z_0}^k + \bar{w}_{Z_1}^k) + \bar{w}_{Q_1}^k \\ \dots \\ D_{w_{L-1}}^k = -\bar{w}_{Q_{L-1}}^k + C_{L-1}(\bar{w}_{Z_{L-1}}^k + \bar{w}_{Z_L}^k) + \bar{w}_{Q_L}^k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{w_{0+\frac{1}{2}}}^k = (-\bar{w}_{Q_0}^k - C_0(\bar{w}_{Z_0}^k + \bar{w}_{Z_1}^k) + \bar{w}_{Q_1}^k) / x_0 \\ \dots \\ q_{w_{L-\frac{1}{2}}}^k = (-\bar{w}_{Q_{L-1}}^k + C_{L-1}(\bar{w}_{Z_{L-1}}^k + \bar{w}_{Z_L}^k) + \bar{w}_{Q_L}^k) / x_{L-1} \end{cases}$$

得到的  $[D_{w_j}^k]$  为各河段的旁侧入流修正量,  $[q_{w_j}^k]$  为相应单位河长的旁侧入流修正量。实用上, 当只有水位实测时也可以进行旁侧入流修正。

## 2 实例分析

分别针对山丘区和平原区两类地形进行方法验证。文中糙率是通过“历史洪水资料”, 应用一维水动力学模型<sup>[11]</sup>率定而得, 把结合原始旁侧入流输入的一维水动力学模型称“原水动力学模型”, 即无校正旁侧入流的水动力学模型, 尽量避免参数不准确所带来的误差。

对于上述反复率定的“原水动力学模型”在计算时仍存在计算与实测过程的偏差, 本文认为是由原始的区间旁侧入流计算不准确造成的, 因此, 本次实例分析主要修正区间旁侧入流, 使其尽量反映实际情况, 从而提

高预见期内的预报精度。

2.1 山丘区

在对三峡库区的原有认识基础上<sup>[12]</sup>, 选用长江干流寸滩至万县段为试验河段考察本文思路, 该河段位于长江中上游三峡区间流域内, 总长约 321 km, 共设 162 个断面, 断面间距 0.8~3.4 km 不等, 其间有寸滩、清溪场、万县 3 个水文站; 长寿, 忠县 2 个水位站, 如图 1 所示。以寸滩的实测入流流量为上边界, 乌江武隆支流作为旁侧入流处理, 万县实测水位为下边界。以寸滩、长寿、清溪场、忠县的水位组成水位控制点, 清溪场、万县的流量过程组成流量控制点参与模型计算。

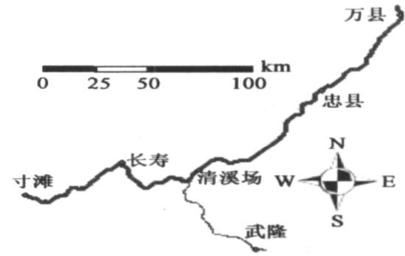


图 1 河道测站分布

Fig. 1 Distribution of observation stations along the river

用 2002 年“历史洪水资料”率定、验证糙率。主槽糙率一般在 0.035 左右, 相应滩地糙率在 0.043 左右, 水位误差最大值为 0.57 m, 最小为 0.18 m, 流量的相对误差最大为 4.28%, 最小为 -2.1%, 确定性系数普遍高于 0.96。

“试验洪水资料”采用 2003 年 6 月 17 日 0 时~8 月 17 日 0 时和 2004 年 8 月 21 日 0 时~10 月 20 日 0 时 2 年洪水资料进行计算。

在 6 h 外推预报的实时校正中, 假设滤波校正阶段得到的旁侧入流修正量在短期内不衰减, 参与外推计算。与“原水动力学模型”对比, 6 h 外推预报精度见表 1。

表 1 山丘区河道外推 6 h 预报精度对比

Table 1 Comparison of 6-hour lead flood forecast accuracy in hilly river

站名	洪号	实测洪峰水位/m	原水动力学模型				旁侧入流修正后水动力学模型			
			洪峰水位/m	洪峰误差/m	确定性系数	RMS E/m	洪峰水位/m	洪峰误差/m	确定性系数	RMS E/m
寸滩	030718	172.11	171.81	-0.30	0.92	0.65	172.19	0.08	1.00	0.15
	040907	179.81	179.34	-0.46	0.98	0.56	180.14	0.33	1.00	0.12
长寿	030719	159.21	159.54	0.33	0.88	0.97	159.24	0.03	0.99	0.28
	040907	168.31	168.72	0.41	0.97	0.78	168.10	-0.20	1.00	0.13
清溪场	030712	151.61	151.87	0.27	0.90	0.99	151.47	-0.13	1.00	0.21
	040908	157.51	157.68	0.18	0.95	0.81	157.60	0.10	1.00	0.13
忠县	030713	142.11	142.38	0.28	0.96	0.53	142.30	0.19	1.00	0.17
	040908	147.91	148.38	0.47	0.98	0.39	148.13	0.22	1.00	0.07
站名	洪号	实测洪峰流量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	洪峰流量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	相对误差/%	确定性系数	RMS E/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	洪峰流量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	相对误差/%	确定性系数	RMS E/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )
清溪场	030712	42700.00	39476.91	-7.55	0.98	1526.1	41878.30	-1.92	0.96	1102.6
	040908	61700.00	63344.17	2.66	0.99	1034.8	62496.53	1.29	1.00	502.75
万县	030713	42400.00	44571.77	5.12	0.91	3075.1	44207.58	4.26	0.83	2319.8
	040908	61100.00	64556.94	5.66	0.94	2395.5	61507.60	0.67	0.98	1480.9

其中:误差均方根  $RMS E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}$ ,  $N$  为样本个数,  $y_i$  为观测值,  $\hat{y}_i$  为模型计算值。

通过旁侧入流在外推中的应用, 使短期内的预报精度有所提高。通过初步验证, 认为旁侧入流反演方法应用在山丘区河道上有效, 且把修正过的旁侧入流应用到 6 h 外推中精度明显高于修正前的“原水动力学模型”, 是解决山丘区水库动库容、区间来水计算不准确的一个新途径。

2.2 平原区

为考察该旁侧入流反演模型的适用性, 针对长江下游大通至镇江段验证本文思路。受下游地区观测点类型的限制, 该河段仅有大通站有实测入流过程, 马鞍山、南京、镇江均为水位测站, 如图 2 所示。选择大通入

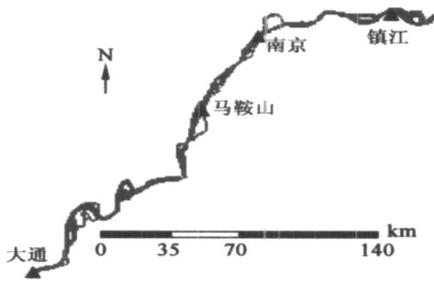


图2 下游河道测站分布

Fig. 2 Distribution of observation stations along the downstream river

流流量为上边界；镇江测站水位资料为下边界条件。

用1987年“历史洪水资料”率定、验证糙率。落潮主槽糙率一般在0.018左右，滩地糙率在0.025左右，涨落潮糙率比0.88，水位误差最大值为0.15 m，最小为0.1 m，确定性系数普遍高于0.97。

“试验洪水资料”采用1998年7月12日0时~7月27日0时洪水过程，依据马鞍山、南京实测水位反演区间旁侧入流。采用旁侧入流短期内不衰减的假设，对比外推方式6 h预报结果与未校正旁侧入流的“原水动力学模型”结果见表2。

表2 平原区河段外推6 h预报精度对比

Table 2 Comparison of 6-hour lead flood forecast accuracy in downstream river

站名	实测洪峰水位/m	原水动力学模型				旁侧入流修正后水动力学模型			
		洪峰水位/m	洪峰误差/m	确定性系数	RMSE/m	洪峰水位/m	洪峰误差/m	确定性系数	RMSE/m
马鞍山	7.66	7.53	-0.13	0.87	0.23	7.67	0.003	0.97	0.06
南京	6.33	6.50	0.18	0.93	0.18	6.34	0.015	0.96	0.06

表2与表1有相似的特点，短期预报中应用旁侧入流修正使预报精度较未修正的“原水动力学模型”有所提高。马鞍山、南京水位控制站6 h外推的水位过程如图3所示，将滤波校正阶段统计的“水位、流量的不平衡量”应用于本文旁侧入流反演模型中，得到试验河段的旁侧入流修正总量  $D^k = \sum_{l=0}^{L-1} D_{w_l}^k$  如图4所示。由图3、图4可见旁侧入流修正量随水流变化(涨、落潮)而变化，图中旁侧入流修正量“正、负”代表实际旁侧入流过程与校正前“原水动力学模型”计算时所采用的旁侧入流量的偏差，为“正”说明原有的旁侧入流量较实际值偏小，需要旁侧入流的正修正才达到与实际过程相近的校正效果，反之为“负”。

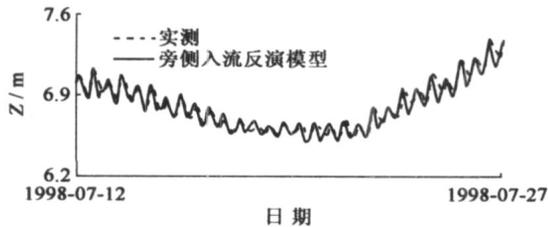


图3 1998年洪水各观测站6 h实时外推预报与实测值的比较  
Fig. 3 Comparison of forecasted 6-hour and measured flood at every observation stations during 1998

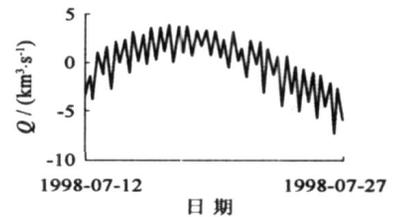


图4 旁侧入流修正量随水位的变化过程  
Fig. 4 Process of corrected inflow discharge

### 3 结论

一般来说，对误差的校正方法是在资料准确，参数可靠的基础上才考虑采用的。通过应用水动力学模型模拟洪水过程时发现，当上、下游边界为实测资料、且实测值可信、参数经过多次率定后，模拟计算结果与控制点的实测过程仍然存在一定的系统偏差，通过分析认为是水文模型出流计算不准确，导致水动力学模型区间旁侧入流有误，因此本文提出旁侧入流反演模型，对原有的旁侧入流进行修正。

通过山丘及平原区的实例验证，初步表明，本文提出的旁侧入流反演模型可应用于平原区及山丘区河道，有一定的实用价值。

## 参考文献:

- [1] WERNER M, REGGIANI P, ROO A D, et al. Flood forecasting and warning at the river basin and at the European scale[J]. *Natural Hazards*, 2005, 36: 25 - 42.
- [2] MADSEN H, SKOTNER C. Adaptive state updating in real-time river flow forecasting: a combined filtering and error forecasting procedure[J]. *Journal of Hydrology*, 2005, 308: 302 - 312.
- [3] HSU M H, FU J C, LIU W C. Flood routing with real-time stage correction method for flash flood forecasting in the tanshui river, Taiwan [J]. *Journal of Hydrology*, 2003, 283: 267 - 280.
- [4] 程伟平. 流域洪水演进建模方法与河网糙率反分析研究[D]. 杭州:浙江大学, 2004: 50 - 53. (CHENG Wei-ping. Study on basin flood model and inverse analysis of channel friction[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004: 50 - 53. (in Chinese))
- [5] HSU M H, FU J C, LIU W C. Dynamic routing model with real-time roughness updating for flood forecasting[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2006, 132(6): 605 - 619.
- [6] 董文军, 杨则荣. 一维圣维南方程的反问题研究与计算方法[J]. *水利学报*, 2002(9): 61 - 65. (DONG Wen-jun, YANG Ze-shen. Calculation method for inverse problem of 1-D st venant equations[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002(9): 61 - 65. (in Chinese))
- [7] 金忠青, 周志芳. 工程水力学反问题[M]. 南京:河海大学出版社, 1997: 19 - 54. (JIN Zhong-qing, ZHOU Zhi-fang. The inverse problem on hydraulics[M]. Nanjing: Hohai University Press, 1997: 19 - 54. (in Chinese))
- [8] 王船海, 李光炽. 流域洪水模拟[J]. *水利学报*, 1996(3): 44 - 50. (WANG Chuan-hai, LI Guang-chi. The model of basin flood[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1996(3): 44 - 50. (in Chinese))
- [9] 宋文尧, 张牙. 卡尔曼滤波[M]. 北京:科学出版社, 1991: 64 - 80. (SONG Wen-yao, ZHANG Ya. Kalman filtering, science publishing firm[M]. Beijing: Science press, 1991: 64 - 80. (in Chinese))
- [10] 朱海, 莫军. 水下导航信息融合技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2002: 80 - 81. (ZHU Hai, MO Jun. The fusion technique of underwater navigate[M]. Beijing: National defence industry press, 2002: 80 - 81. (in Chinese))
- [11] 王船海, 李光炽. 实用河网水流计算[M]. 南京:河海大学出版社, 2003: 61 - 72. (WANG Chuan-hai, LI Guang-chi. The practical flow calculation in river net[M]. Nanjing: Hohai University Press, 2003: 61 - 72. (in Chinese))
- [12] 王船海, 郭丽君, 芮孝芳, 等. 三峡区间入库洪水实时预报系统研究[J]. *水科学进展*, 2003, 14(6): 677 - 681. (WANG Chuan-hai, GUO Li-jun, RUI Xiao-fang, et al. Study on real-time flood forecasting system for the three gorges reservoir[J]. *Advances in Water Sciences*, 2003, 14(6): 677 - 681. (in Chinese))

## Inverse analysis of lateral inflow in real-time correction<sup>\*</sup>

WU Xiao-ling, WANG Chuan-hai, XIANG Xiao-hua

*(State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)*

**Abstract:** In coupling model of hydrology and hydrodynamics, the inaccurate calculation of hydrology model is the cause of the discrepancy between the lateral inflow of hydrodynamics and practical case, so the lateral inflow is updated by using the inverse analysis based on the principle of water balance. With water stage and discharge being state variables, the systematic state equation of Kalman filter is set up based on the Saint-Venant equations solved by the four point linear implicit form. Through the inverse analysis, the unbalance of water stage and discharge are put back to the lateral inflow and adjusted, then the updating water-inflow in forecasting period. The inverse analysis method of the interval inflow is applied to the flow calculation for the river section from Cuntan to Wanxian of the Yangtze River, adopting the flood information of construction period with reservoir storing water as high as 135 m and river section from Datong to Zhenjiang with hydrological information of 1998. The forecast of 6-hour lead time proves that the performance of the inverse analysis method is feasible.

**Key words:** real time correction; inverse problem; Kalman filter; lateral inflow

<sup>\*</sup> The study is financially supported by the National Key Technologies R&D Program of China During the 11th Five-year Plan Period (No. 2006BAC05B02).