

TOPMODEL 中地形指数计算方法的探讨

孔凡哲^{1,2}, 芮孝芳¹

(1. 河海大学水资源环境学院, 江苏 南京 210098; 2. 徐州师范大学, 江苏 徐州 221009)

摘要: 地形指数 $\ln(\tan \beta)$ 是一些以物理概念为基础的水文模型的重要参数。TOPMODEL 是以计算 $\ln(\tan \beta)$ 指数及其分布为基础的。对于栅格 DEM, 为上坡区域通过单位等高线长汇集到单元网格内的面积, 反映径流在流域中任一点的累积趋势, $\tan \beta$ 为单元网格的坡角, 反映重力使径流顺坡移动的趋势。目前普遍使用的计算该地形指数的方法为多流向法。方法中计算 $\ln(\tan \beta)$ 和 $\tan \beta$ 用的均是流出单元网格流向垂直的等高线长。另外计算下坡单元网格累积汇流面积时没有考虑欲计算 $\ln(\tan \beta)$ 值的单元网格的面积。这些是不合理的。计算 $\ln(\tan \beta)$ 值应该用与流入单元网格流向垂直的等高线长, 据此提出了改进后的 $\ln(\tan \beta)$ 的计算方法。方法中计算下坡单元累积汇流面积时包括了欲计算 $\ln(\tan \beta)$ 的单元网格的面积。分析了两种方法计算结果间的差值。

关键词: 地形指数 $\ln(\tan \beta)$; 计算方法; TOPMODEL; 等高线长; 累积汇流面积

中图分类号: TV 121.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-6791(2003)01-041-05

自从 Beven 和 Kirkby 提出地形指数 $\ln(\tan \beta)$ 以后^[1], 该指数在水文模拟中得到了广泛的应用, 并成为一些以物理概念为基础的水文模型的重要参数^[1~3]。在 TOPMODEL 的早期应用中, $\ln(\tan \beta)$ 指数的计算是利用等高线地形图人工进行的, 随着格网 DEM 的出现, 该计算过程的自动化已成为可能。无论那一种计算方法, 都是通过对数字地面分析来计算 $\ln(\tan \beta)$ 指数的。模型在利用地形指数时, 往往是直接利用指数的空间分布和累积频率分布, 不同的计算方法, 得出的 $\ln(\tan \beta)$ 指数的空间分布和累积频率分布不同。除单向方法外, 目前普遍使用由 Quinn 提出的多流向计算方法^[4]。但该方法在计算 $\ln(\tan \beta)$ 指数时, 存在不合理之处。本文对 $\ln(\tan \beta)$ 计算方法中存在的问题进行分析并提出改进意见。

1 地形指数 $\ln(\tan \beta)$ 与水文模拟

1975 年 Hewlett 和 Troendle 意识到流域地形在控制暴雨径流空间分布中的重要性, 指出了坡地等高线与可能的径流“源面积”分布的关系^[5]。之后, Beven 和 Kirkby 提出了 TOPMODEL^[1], 该模型利用了可用来代表流域中任一点径流累积理论值的地形指数。对任一流域, 该指数的分布可计算出来, 且可作为计算“源面积”、饱和坡面流和壤中流的基础。该指数中 A 为单位等高线长的汇水面积, $\tan \beta$ 为局部坡度角^[1]。对于栅格 DEM 来讲, A 为上坡区域经过单位等高线长度汇集到单元网格内的径流, $\tan \beta$ 为对单元网格起作用的局部坡角(用来近似代替稳定状态条件下的局部水力梯度)^[5]。对于任一流域, 只要给定一个合适的 DEM, 就可根据数字地面分析计算出分布式的地形指数。因此, 地形指数 $\ln(\tan \beta)$ 常用来从宏观上指示流域产流面积的变化^[5]。

径流生成过程空间分布及强度的预测, 不但需要水文模型, 而且还需要地表的特征。绝大多数以物理概念为基础的分式水文模型, 都依赖于局部地面坡度和单位长度等高线排水面积的空间分布^[1, 2]。如 O Loughlin 利用 $\ln(\tan \beta)$ 的频率分布来预测地面饱和区域^[2], TOPMODEL 则用 $\ln(\tan \beta)$ 来模拟流域水文过程线。

收稿日期: 2001-12-06; 修订日期: 2002-01-14

基金项目: 国家自然科学基金资助重大项目 (50099620)

作者简介: 孔凡哲(1964-), 男, 江苏徐州人, 副教授, 博士, 从事水文学及水资源教学与研究。

地形指数 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 之所以成为很多以物理概念为基础的水文模型的重要参数,是因为其够反映土壤水、地面饱和度以及径流生成过程的空间分布^[1~3]。因此,在许多受地形控制的水文模型中,地形指数 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 及其频率分布的计算成为水文模拟的重要一步。

2 TOPMODEL 理论

自 Beven 和 Kirkby 提出 TOPMODEL 模型以来,该模型已得到了不断的发展^[5]。根据地表的地形和土壤特征, TOPMODEL 可以预测土壤水和径流的分布,模拟流域水文过程线及分布式地下水位。TOPMODEL 预测的径流过程由两部分构成,即集中式的壤中饱和带响应及在动态变化的径流“源面积”上形成的超饱和和径流。TOPMODEL 的一个基本假定为:具有同样 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 值和土壤特性的区域,有相似的水文响应^[5]。因此,这些区域(单元)就可以同时模拟,减少了模拟时的计算量。

TOPMODEL 计算出的每一个 DEM 单元网格的地下水位,取决于点的 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 值。模型利用一个简单的分布函数将 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数与流域部分面积联系在一起。可对地形指数分布函数中的每一个值进行地下水埋深预测,并可根椐 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数的分布绘成空间分布图。预测的地下水位分布与 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 的分布类似。

通过假定空间均匀分布的雨水补给率和一个准稳定响应, Beven 和 Kirkby 定义了一个函数,将局部的土壤缺水与流域的地形指数联系在一起:

$$S = \bar{S} + m\{\ln(\lambda/\tan\alpha) - \ln T\} \quad (1)$$

式中 S 为局部土壤缺水; \bar{S} 为流域平均土壤缺水; m 为土壤导水率随土壤深度变化的参数; T 为局部土壤导水率; $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 和 $\ln T$ 分别为流域的 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 和 $\ln T$ 的平均值。 $S > 0$ 的区域,土壤缺水没有得到满足,地面没有达到饱和; $S \leq 0$ 的区域,土壤缺水得到满足,地面达到饱和。在模拟计算过程中,流域任一时刻 t 的平均土壤缺水量 \bar{S}_t 可表示为

$$\bar{S}_t = \bar{S}_{t-1} + (q_{t-1} - r) \Delta t \quad (2)$$

式中 q_{t-1} 为流域在 $t-1$ 时刻的总径流率; r 为入渗率; Δt 为计算时段。按式(2)求得 \bar{S} 后便可利用式(1)计算流域中任一点的 S 值。

在土壤缺水量大于时段降雨量的区域,仅产生壤中流,在土壤缺水量小于时段降雨量或在前一时段未达到饱和的区域,将产生壤中流和超饱和径流。壤中流的径流率 q_b 可由下式计算^[6]:

$$q_b = e^{-\left(\frac{S}{m}\right)} e^{-\bar{S}/m} \quad (3)$$

超饱和径流为超过土壤缺水的降雨量和直接降落在饱和区域内的降雨量之和,可表示为

$$q_0 = \frac{1}{A_t} \int_{A_s} \left(\frac{-S}{t} + r \right) dA \quad (4)$$

式中 A_t 为总流域面积; A_s 为流域地表达达到饱和($S \leq 0$)的区域面积。任一时段内流域的总径流 q 为壤中流 q_b 和超饱和径流 q_0 之和。可以发现,壤中流的计算仅与地形指数 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 的平均值有关,而饱和地面径流的计算则与 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数的分布有关。可以看出,正确确定 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数值及其分布是 TOPMODEL 的基础。

3 现行多流向计算方法

TOPMODEL 从数学和参数两个方面看都很简单,它依靠对数字地表资料的处理计算流域地形指数 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 的分布函数^[4]。无论哪一种方法,在计算 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数时都是分别计算 λ 和 $\tan\alpha$ 值,然后得到 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 值。计算 λ 时首先应对径流路径进行分析,从而确定进入一个网格单元的总上坡面积 A 及与流向垂直的有效等高线长度 L ,并计算 $\lambda = A/L$ 。坡角也应根据径流路径进行计算。单一流向方法计算坡角较简单,通常假设有效等高线长度等于网格边长,坡角即为顺坡方向最大者。

多流向方法是将任一单元的累计上坡面积分配到所有的顺坡方向。目前普遍使用的是由 Quinn 等提出的 8 向计算方法^[4]。将这些方向分成主方向和对角方向, 累计面积可以汇集到 8 个流向。每一个流向的累计面积是通过等高线长度加权得到的, 如图 1(a) 中的垂直于流向的等高线长度 $L_1 \sim L_4$, 是根据图 1(b) 的几何结构来确定的。它们取决于流向, 主方向权重为 0.5, 对角方向的权重为 0.35。此外, 认为进入每一个顺坡方向的累计面积与该方向径流梯度成比例, 故梯度较大的方向将得到较多的累计面积。单元间的径流路径与流向有关, 主方向的径流路径为单元网格的宽度, 对角方向的径流路径为 $\sqrt{2}$ 倍单元网格宽度。

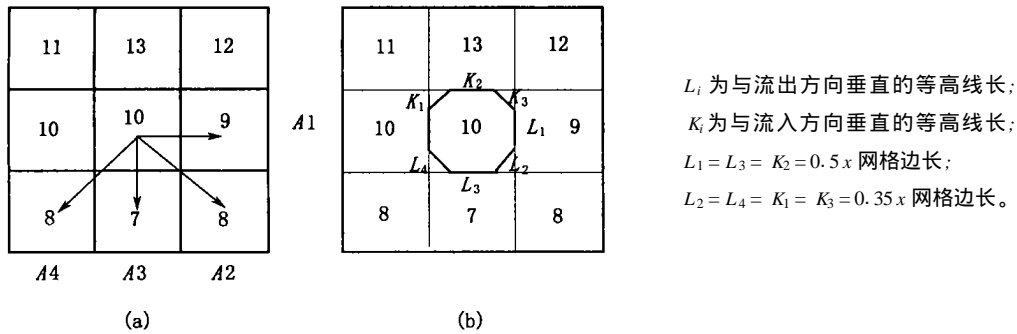


图 1 多流向径流分配方法

Fig. 1 Apportioning algorithm for multiple flow direction

每一顺坡方向的累计面积可表示为

$$A_i = A (\tan_i L_i) / \sum_{j=1}^n (\tan_j L_j) \quad (5)$$

式中 n 为下坡方向的总数; A_i 为进入第 i 个下坡单元的累计面积; A 为欲计算 $\ln(\text{ } / \tan \text{ })$ 的单元的总上坡面积累计值; \tan_i 为第 i 个下坡方向的梯度 (不同于高差与高度间距离的比值, 参见后面的实例计算部分); L_i 为与第 i 个下坡方向垂直的等高线长度。

令

$$C = A / \sum_{j=1}^n (\tan_j L_j) \quad (6)$$

则式(5) 可以写成

$$A_i = C (\tan_i L_i) \quad (7)$$

假定网格单元的最具有代表性的坡角为各顺坡方向坡角的加权平均, 则有

$$\tan = \sum_{j=1}^n (\tan_j L_j) / \sum_{j=1}^n L_j \quad (8)$$

而 $\text{ } / \tan \text{ }$ 的值为

$$\text{ } / \tan = A / \left(\sum_{j=1}^n L_j \tan_j \right) \quad (9)$$

将式(8) 代入式(9) 得

$$\text{ } / \tan = A / \sum_{j=1}^n (\tan_j L_j) \quad (10)$$

利用式(6), 式(10) 可写为

$$\text{ } / \tan = C \quad (11)$$

或

$$\ln(\text{ } / \tan \text{ }) = \ln C \quad (12)$$

4 对现行多流向方法的改进

在式(5)中, A 为欲计算 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数的单元网格的总上坡累计面积, 而 A_i 是进入下坡单元的累计面积值, 因此在 A_i 中既包括 A , 还包括欲计算 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数的单元网格的面积, 这就是说计算 A_i 和 λ 值所用的累计面积是不同的。因此式(5)中的 A 应改为 $(A + f)$, 其中 A 的意义同前, f 为单个单元网格的面积。若保留式(6), 则式(7)不成立。

地形指数 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 不仅反映了径流在任一位置上的累积趋势(以 λ 的形式), 而且反映了重力使径流顺坡移动的趋势(以 $\tan\alpha$ 表示)^[4], 而对欲计算 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数值的网格单元来讲, 前者针对径流流入情况, 后者针对径流流出情况。所以在计算 λ 值时所用的有效等高线应为垂直于入流方向的等高线, 不应是计算 $\tan\alpha$ 所用的等高线。所以式(9)中利用 L_j 计算 λ 值是不合理的, 应为

$$\lambda = A / \sum_{i=1}^m K_i \tag{13}$$

式中 m 为入流方向总数; K_i 为与第 i 个入流方向垂直的等高线长(如图 1(b))。据式(13), 式(9)应写为

$$\lambda / \tan\alpha = A / \left(\sum_{i=1}^m K_i \tan\alpha \right) \tag{14}$$

将式(8)代入式(14), 有

$$\lambda / \tan\alpha = [A / \sum_{j=1}^n (\tan\alpha_j L_j)] \sum_{j=1}^n L_j / \sum_{i=1}^m K_i \tag{15}$$

则
$$\ln(\lambda / \tan\alpha) = \ln C + \ln \left(\sum_{j=1}^n L_j / \sum_{i=1}^m K_i \right) \tag{16}$$

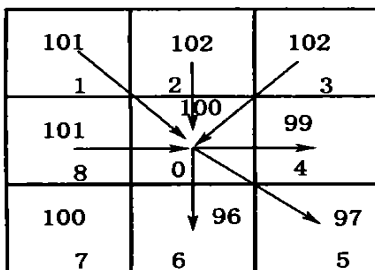
5 实例说明

图 2 取自参考文献[5](但文献中计算有误), 图中 0~8 为单元网格编号, 单元网格宽为 50 m。先计算每个方向的值:

- 0 4: $\tan\alpha_1 = \tan((100 - 99)/50) = 0.00035; L_1 = 0.5 \times 50 = 25; \tan\alpha_1 \times L_1 = 0.00875$
- 0 5: $\tan\alpha_2 = \tan((100 - 97)/70.71) = 0.00074; L_2 = 0.35 \times 50 = 17.5; \tan\alpha_2 \times L_2 = 0.0131$
- 0 6: $\tan\alpha_3 = \tan((100 - 96)/50) = 0.00140; L_3 = 0.5 \times 50 = 25; \tan\alpha_3 \times L_3 = 0.035$

故
$$\sum_{j=1}^n (\tan\alpha_j L_j) = 0.05685$$

因此, 进入各单元网格的累计面积占总累计面积的百分比分别为: 6 单元 61.57%; 5 单元 23.04%; 4 单元



15.39%。 $\sum_{j=1}^n L_j = 67.5 \text{ m}, \sum_{i=1}^m K_i = 85 \text{ m}, \sum_{i=1}^m K_i / \sum_{j=1}^n L_j = 1.26, \ln \left(\sum_{j=1}^n L_j / \sum_{i=1}^m K_i \right) = -0.231$ 。

计算结果表明, 针对图 2 的情况, 由 L_j 计算的 λ 值是由 K_i 计算的 λ 值的 1.26 倍, 改进前后两公式计算的 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数值相差 0.231。同时可以看出, 进、出欲计算 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 指数的单元网格的径流方向数的差别越大, 则计算结果的差值越大。最大差值出现在: 径流从 1 个对角进入, 从其它 7 个方向流出以及从 1 个对角流出, 从其它 7 个方向进入两种情况, 由 L_j 计算的 λ 值与由 K_i 计算的 λ 值的比值为 8.71 或 1/8.71, 计算的 $\ln(\lambda/\tan\alpha)$ 的值相差 2.16。

图 2 多流向方法的径流分配
Fig.2 Flow partitioning using the multiple flow direction algorithm

参考文献:

- [1] Beven K, Kirkby MJ. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology[J]. *Hydro Sci Bull*, 1979, 24:43 - 69.
- [2] O Loughlin E.M. Prediction of surface saturation zones in natural catchments by topographic analysis[J]. *Water Resour Res*, 1986, 22(5):794 - 804.
- [3] Moore I D, Machay S M, Wallbrink P J, *et al.* Hydrologic characteristics and modeling of a small forested catchment in southeastern New South Wales: Prelogging condition[J]. *J Hydrol*, 1986, 83:307 - 335.
- [4] Quinn P, Beven KJ, Planchon O. The prediction of hillslope flow paths for distributed hydrological modeling using digital terrain models[J]. *Hydrol Process*, 1991, 5(1):59 - 79.
- [5] Quinn P, Beven KJ, Lamb R. The $\ln(a/\tan \alpha)$ index: how to calculate it and how to use it in the TOPMODEL framework[J]. *Hydrol Process*, 1994, 9:161 - 185.
- [6] Zhang Weihua, David R, Montgomery. Digital elevation model grid size, landscape representation, and hydrologic simulations[J]. *Water Resour Res*, 1994, 30(4):1019 - 1028.

Calculation method for the topographic index in TOPMODEL*KONG Fan-zhe^{1,2}, RUI Xiao-fang¹

(1. Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Xuzhou Normal University, Xuzhou 221009, China)

Abstract: The topographic index, $\ln(a/\tan \alpha)$, is an important parameter of many physically based hydrological models. The TOPMODEL is based on the calculation of $\ln(a/\tan \alpha)$ index and its distribution. In terms of a digital elevation model (DEM), a is the cumulative upslope area draining through per contour length to a pixel, which reflects the tendency of water to accumulate at any point in the catchment, $\tan \alpha$ is the local slope angle of the cell, which reflects the tendency for gravitational forces to move that water downslope. The calculation method for $\ln(a/\tan \alpha)$ index widely used is the multiple flow direction algorithm developed by Quinn *et al.* (1991). It follows that, in the algorithm, the contour length normal to the direction of flow flowing out the current cell is used to determine both a and $\tan \alpha$, and that the calculated total cumulative contributing area of downslope grid cell does not include the area of the current cell. These are unreasonable. It is found that the contour length used to determine a should be that normal to the direction of flow entering into the current cell, rather than that flow out the current cell. The improved algorithm calculating the $\ln(a/\tan \alpha)$ index is presented, in which the area of the current cell is included in the calculated total cumulative contributing area of downslope grid cell. The different between the results of the two algorithms is described.

Key words: topographic index $\ln(a/\tan \alpha)$; calculation method; TOPMODEL; contour length; cumulative contributing area

* The project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50099620).