

固壁紊流流速分布指数型公式和阻力规律 —— (II) 过渡区

肖勇 金忠青

(河海大学水利水电工程学院 南京 210098)

摘要 基于相似理论中的不完全自相似假设,研究了固壁紊流流速分布的结构型式。通过对壁面紊流结构的分析,进而给出了固壁紊流包括光滑区、过渡区和粗糙区在内的统一的指数型流速分布公式和阻力规律,并用尼库拉兹的实验资料作了验证。

关键词 紊流 流速分布 指数型公式 阻力规律 壁面效应

分类号 TV 131.22

早在本世纪30年代,明渠和管道紊流主流区的时均流速分布就被归结为对数型式和指数型式。一般认为对数型式比指数型式具有更强的理论基础, Barenblatt, G. I^[1,2]及笔者^[3]的研究表明:固壁紊流流速分布的指数型式和对数型式具有同样严格的理论基础,即相似理论,但它们却分别基于本质上不同的两类假设(不完全自相似假设和完全自相似假设)。Barenblatt, G. I^[1,2]提出了关于光滑壁面的不完全自相似假设,并给出了光滑区的指数型流速分布公式。笔者^[3]提出了关于粗糙壁面的不完全自相似假设,并给出了粗糙区的指数型流速分布公式。本文提出粗糙壁紊流主流区的流速梯度关于局部雷诺数和局部相对粗糙度的不完全自相似假设,通过对壁面紊流结构的分析,进而给出了固壁紊流包括光滑区、过渡区和粗糙区在内的统一的指数型流速分布公式和阻力规律。

1 固壁紊流流速分布的结构型式

对于二元恒定均匀固壁紊流,假设^[3]主流区时均流速梯度 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 原则上依赖于以下参量: u^* (摩阻流速), y (远离壁面的位置), ν (流体运动粘滞系数), d 或 H (圆管直径或明渠水深), ks (壁面粗糙高度), 根据因次分析原理,可得

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u^*}{y} \Phi(\xi, \eta, Re) \quad (1)$$

式中 局部相对粗糙度 $\xi (= y/ks)$, 局部雷诺数 $\eta (= u^* y) / \nu$, 流动雷诺数 Re (管道 $Re = (\bar{u} d) / \nu$, \bar{u} 为断面平均流速; Φ 是无因次的函数, 由于 $(u^* d) / \nu$ 仅是 Re 的函数, 因此在(1)式中用 Re 代替了由因次分析得出的 $u^* d / \nu$ 。

假设当 ξ , η , Re 时

$$\Phi(\zeta, \eta, Re) = \frac{1}{\kappa} \quad (2)$$

把 (2) 式代入 (1) 式, 积分可得流速分布的对数型式

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + D_0 \quad (3)$$

式中 κ 为卡门常数; D_0 为积分常数。

$$\text{对于过渡区紊流, 假设} \quad \Phi(\zeta, \eta, Re) = A_3 \eta^{\alpha_1} \zeta^{\beta_1} \quad (4)$$

式中 A_3, α_1, β_1 是与 Re 、粗糙雷诺数 $R^* (= \eta/\xi = (u^* ks) / \nu)$ 有关的常数。

将 (4) 式代入 (1) 式, 积分可得过渡区紊流指数型流速公式

$$\frac{u}{u^*} = C \eta^{\alpha_1} \zeta^{\beta_1} + D \quad (5)$$

式中 C, α_1, β_1 是与 Re, R^* 有关的常数; D 为积分常数。

假设 (2) 是完全自相似假设的一个例子, 也是卡门紊流相似理论的基础, 假设 (4) 是不完全自相似假设的一个例子。假设 (2) 和假设 (4) 是本质上不同的两类假设, 反映了不同的物理意义。

2 壁面效应及壁面紊流结构

描述粗糙壁面紊流有两个比尺: 粗糙高度 ks 和 ν/u^* 。局部雷诺数 $\eta (= u^* y/\nu)$ 包含了长度比尺 ν/u^* , 局部相对粗糙度 $\zeta (= y/ks)$ 包含了长度比尺 ks , 因此, ζ, η 也就反映了粗糙壁面状态。完全自相似假设 (2) 假设主流区的流速梯度完全独立于壁面长度比尺 ($\nu/u^*, ks$) 也即意味着主流区的流速梯度与壁面状态无关, 不完全自相似假设 (4) 却假设主流区的流速梯度以渐近指数的型式依赖于壁面长度比尺 ($\nu/u^*, ks$), 因而不完全自相似假设 (4) 反映了壁面效应。

一个重要的问题是, 如果不完全自相似假设 (4) 是正确的, 应该如何定量表示? 由于不完全自相似假设涉及到壁面状态。因此, 就必须研究壁面附近的紊流结构。

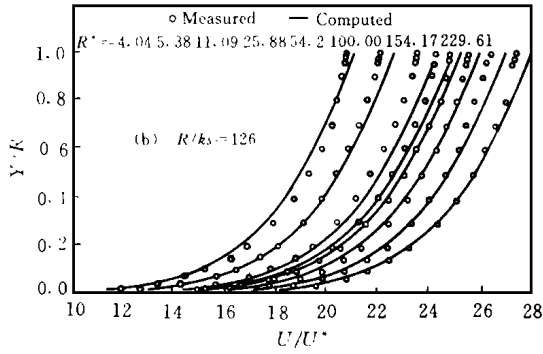
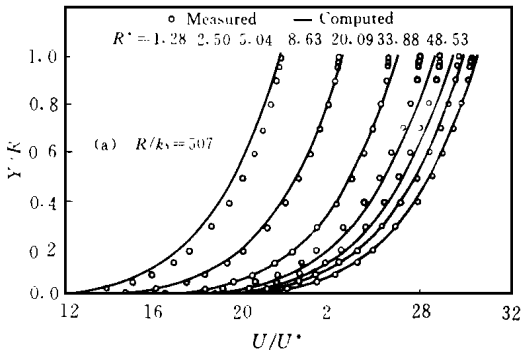
粗糙雷诺数 $R^* (= u^* ks/\nu)$ 为壁面两个长度比尺之比, 是表示壁面粗糙对流动影响程度的一个无因次参数, 随着 Re 的不同, 壁面紊流出现光滑区、过渡区和粗糙区。人们一般用粘性底层厚度是否掩盖壁面粗糙对流动的影响来解释可能出现的三种流区。在这个问题上, 龚国仁^[4]提出了壁面绕流理论, 并得到了万声淦^[5]实验的证实。龚国仁认为出现紊流三区的原因主要在于水流经过壁面糙率时是否发生分离。龚国仁同时给出了相对分离层厚度 a 的表达式

$$a = \begin{cases} 0 & R^* < 1.25 \\ \frac{1}{2} (1 - \cos(\frac{\pi}{4.382} \ln \frac{R^*}{1.25})) & 1.25 < R^* < 100 \\ 1 & R^* > 100 \end{cases} \quad (6)$$

相对分离层厚度 a 的表达式定量地反映了壁面两种长度比尺对流动影响的相对重要程度。

3 固壁紊流流速分布的指数公式

$$\text{对于光滑区紊流, 文献 [1] 给出} \quad \frac{u}{u^*} = \left(\frac{1}{3} \ln Re + 2.5 \right) \left(\frac{u^* y}{\nu} \right)^{\frac{3}{2 \ln Re}} \quad (7)$$



对于粗糙区紊流, 文献 [3] 给出

$$\frac{u}{u^*} = \left(\frac{2}{3} \ln \frac{Re}{R^*} + 5.75 \right) \left(\frac{y}{ks} \right)^{\frac{4}{3 \ln \frac{Re}{R^*}}} \quad (8)$$

对于过渡区紊流, 在 (5) 式选取

$$D = 0, \alpha_1 = \frac{3(1-a)}{2 \ln Re}, \beta_1 = 4a / 3 \ln \frac{Re}{R^*} \quad (9)$$

$$C = (1-a) \left(\frac{1}{3} \ln Re + 2.5 \right) + a \left(\frac{2}{3} \ln \frac{Re}{R^*} + 5.75 \right) \quad (10)$$

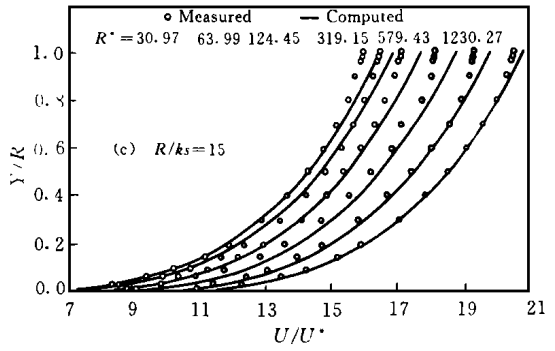


图 1 计算与实测的流速分布比较

Fig. 1. Measured and predicted velocity for pipes

式 (9)、(10) 中的 a 由 (6) 式确定。

于是可得
$$\frac{u}{u^*} = C \left(\frac{u^* y}{v} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{y}{ks} \right)^{\beta_1} \quad (11)$$

由式 (11) 可以看出, 当 $R^* < 1.25$ 时, (11) 式即为光滑区流速分布公式 (7), 当 $R^* > 100$ 时, (11) 式即为粗糙区流速分布公式 (8), 因此 (11) 式是固壁紊流流速分布的统一指数公式。

用尼库拉兹^[6]的实验资料对式 (11) 进行了验证 (图 1a ~ f)。图 1 中的各条流速分布曲线都相应地把横坐标 u/u^* 平移了一个单位, 避免重迭在一起。必须指出的是, 不完全自相似假设 (4) 只适用于主流区, 而不适用于粘性底层和管轴心处。由图 1 可见实测流速分布与式 (11) 在主流区符合程度令人满意。

4 固壁紊流统一的阻力规律

沿程阻力系数:
$$\lambda = 8 \left(\frac{u^*}{u} \right)^2 \quad (12)$$

圆管紊流的断面平均流速可由公式 (11) 沿圆管断面积分得到。

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{2C}{(1 + \alpha_1 + \beta_1)(2 + \alpha_1 + \beta_1)} \left(\frac{u^* R}{v} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{R}{ks} \right)^{\beta_1} \quad (13)$$

式中 R 为圆管半径; α_1 , β_1 , C 由 (9)、(10) 式确定。

宽明渠的断面平均流速可由公式(11)沿水深积分得到:

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{C}{(1 + \alpha_1 + \beta_1)} \left(\frac{u^* H}{\nu}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{H}{k_s}\right)^{\beta_1} \quad (14)$$

式中 H 为宽明渠水深, C 、 α_1 、 β_1 由 (9)、(10) 式确定。

由于 $\ln \frac{Re}{R^*} = \ln \frac{\bar{u}}{u^*} + \ln \frac{d}{k_s}$, 故 (13)、(14) 式必须迭代求解。

将 (13)、(14) 式代入 (12) 式可得管道和明渠相应的沿程阻力系数 λ 的公式, 为节省篇幅不再列出。由尼库拉兹^[6]的实验资料对管道阻力系数公式验证 (图 2) 看出, 符合甚好。

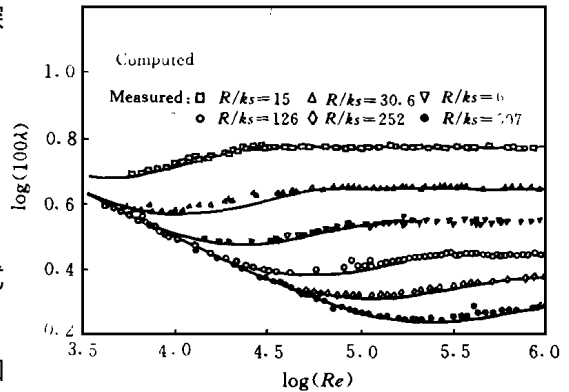


图 2 管道阻力系数计算与实测的比较

Fig. 2. Measured and predicted skin-friction laws for pipes

5 结 论

固壁紊流流速分布的指数型式和对数型式具有同样严格的理论基础, 即相似理论, 但它们却基于本质上不同的两类假设: 完全自相似假设不考虑壁面状态, 不完全自相似假设反映了壁面效应。相对分离层厚度 a 的表达式定量地反映了壁面两种长度比尺对流动影响的相对重要程度。

流速分布的指数型式 (11) 是包括光滑区、过渡区和粗糙区在内的统一的指数型流速分布公式, 它不仅反映了过渡区的存在是光滑区规律和粗糙区规律共同作用的结果, 而且揭示了流速分布规律和阻力规律之间的内在联系, 由此导出的阻力规律与尼库拉兹的资料相当一致。

参 考 文 献

- 1 Barenblatt G I. Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis J Fluid Mech. 1993, 248: 513 ~ 520
- 2 Barenblatt G I, Prostokishin V M. Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 2. Processing of experimental data J Fluid Mech. 1993, 248: 521 ~ 529
- 3 肖勇, 金忠青. 固壁紊流流速分布指数型公式和阻力规律— () 过渡区. 水科学进展. 1997, 8 (2): 148 ~ 153
- 4 奚国仁. 明渠和管道紊流. 中国科学. 1980, 11: 1115 ~ 1124
- 5 万声淦. 近壁紊流的绕流结构的实验研究. 科学通报. 1981, 26 (18): 1145 ~ 1148
- 6 尼库拉兹著. 粗糙管中水流的规律. 张瑞瑾译. 北京: 水利出版社, 1957. 45p

Power-Type Velocity Distribution Formula and Skin-Friction Laws for Wall Turbulence: () Hydraulic Transition Rough Region

Xiao Yong and Jin Zhongqing

(*Hohai University, Nanjing 210098*)

Abstract: Based on a new incomplete simiarity assumption of the simiarity theory and the structure of the asymmetric passing flows, a generalized power-type velocity distribution formula is proposed for hydraulic smooth region, hydraulic transition rough region and hydraulic rough region wallturbulence. Corresponding to the generalized velocity distribution formula, a skin-friction law is derived. Both the velocity distribution formula and the skin-friction law are compared with the classic Nikuradre experimental data.

Key words: turbulent flow; velocity distribution; power-type formula; skin-friction law; wall effects.