

水气两相流系统 K-S-P 模型参数反演的最优估计

薛 强^{1,2}, 冯夏庭¹, 梁 冰³, 刘建军²

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071; 2. 武汉工业学院多孔介质力学研究所, 湖北 武汉 430023;
3. 辽宁工程技术大学力学与工程科学系, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 应用渗流力学和参数反演辨识最优化理论, 建立了水气两相流控制方程, 给出了控制两相流系统 K-S-P 模型参数之间的本构关系, 并对其中的相关参数进行数值反演辨识, 得出待求参数的最优估计值。对不同质地土壤的实验测试值进行对比分析, 其结果吻合较好, 验证了模型的适用性和可靠性, 解决了实验数据处理以及结果对初值的敏感性问题, 并且该数值方法可通过多组初值参数进行数值实验, 结合实验结果来满足实际工程的需求。这不仅对非饱和带内污染物传输、气藏工程试井计算、填埋气体的释放以及挥发性有机污染物的去污分析中两相流数值计算提供基础, 而且对 K-S-P 本构关系之间参数的确定提供了可靠的理论依据。

关键词: 水气两相流; K-S-P 模型; 参数反演; 最优估计

中图分类号: X53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-6791(2005)04-0488-06

水气两相流问题的研究在水文地质、石油工程及环境工程等领域得到了广泛的应用与发展^[1]。在早期非饱和带研究对象一般只限于水相, 只考虑非饱和带内水的流动, 忽视了气相的作用, 其根据为 Richards 近似方法, Milly 对这一近似方法做了详细的论述^[2]。但近几年来, 人们发现在许多情况下, 气相的存在对水相的运动产生较大的影响, 一方面当空气不能自由排出时, 以泡沫的形式存于水中, 气体被压缩压力增大, 增加了水的流动阻力, 从而降低了水的渗透率; 另一方面空气在水的驱动下, 水气同时流动, 由此产生了对水流的阻滞或拖动作用^[3~5]。因此, 如何定量化研究水气两相流驱替过程, 确定毛管力、相对渗透率和饱和度之间的关系至关重要。

相对渗透率、饱和度和毛管力(K-S-P)之间的关系是多孔介质中两相渗流研究中最基本、最关键, 也是最复杂的参数。一般来说, 试验测定是确定三者之间的关系最直接也是最可信的手段。但是, 由于受初始条件和边界条件以及实验手段不精确的影响而受到限制, 并且这些方法费时且不便于测试, 尤其是渗透率实验测试, 这必然影响试验结果的可信度。这个问题的研究已被很多学者视为两相流数值分析的瓶颈问题。为此, 本文结合室内水气两相流实验结果, 对控制两相流模型本构关系中相关参数进行参数反演辨识, 得出了数值反演的最优估计值, 并与实验结果进行对比分析, 其结果吻合较好。这不仅对于非饱和带内污染物传输、气藏工程试井计算、填埋气体的释放以及挥发性有机污染物的去污分析中两相流数值计算提供基础, 而且对 K-S-P 本构关系之间参数的确定提供了可靠的依据。

1 数学模型的建立

1.1 基本控制方程

假定多孔介质和水是不可压缩, 忽略源汇项, 根据连续性方程和运动方程可得到如下水气两相流渗流的控制方程^[6,7]为

收稿日期: 2004-03-25; 修订日期: 2004-06-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50309015); 武汉市青年科技晨光计划资助项目(20055003059-33); 国家重点基础研究发展计划(973)资助项目(2002CB412708); 湖北省油气勘探开发理论重点实验室开放基金资助项目(YK2005-08)

作者简介: 薛 强(1976-), 男, 山东潍坊人, 副教授, 博士, 主要从事地下环境系统污染和环境岩土工程方面的研究。

E-mail: qiangx@whrsm.ac.cn

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} + \theta_w g \right) \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\theta_a a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_a}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_a}{\partial z} + \theta_a g \right) \right] \quad (2)$$

式中 θ_w 、 θ_a 分别为土壤中水相和气相体积含水量; k_w 、 k_a 分别为水相和气相有效渗透率; P_w 、 P_a 分别为水相和气相压力; ρ_a 为气相气密度; μ_w 、 μ_a 分别为水相和气相的粘度; t 为时间; z 为坐标; g 为重力加速度。

并且满足如下两个约束方程

$$\theta_w + \theta_a = 1 \quad (3)$$

$$P_c = P_a - P_w \quad (4)$$

式中 P_c 为毛管压力。

1.2 定解条件的确定

为了满足下列方程有解, 必须给出相应的定解条件, 包括边界条件和初始条件。

初始条件

$$h_w(z, t_0) = h_{w0} \quad (5)$$

$$h_a(z, t_0) = h_{a0} \quad (6)$$

式中 h_{w0} 和 h_{a0} 表示已知下边界和上边界初始压力水头。

边界条件

$$q_w(z_t, t) = 0 \quad (7)$$

$$h_w(z_b, t) = h_1 \quad (8)$$

$$q_a(z_b, t) = 0 \quad (9)$$

$$h_a(z_t, t) = h_2 \quad (10)$$

式中 q_w 、 q_a 和 h_1 、 h_2 分别为上边界和下边界水相和气相流体通量与压力水头; t 、 b 分别表示上边界和下边界。

1.3 K-S-P 本构关系的建立

由式(1)、式(2)和式(5)~式(10)构成了两相流体系统流动的控制模型, 若模型有解必须给出模型的本构关系, 本文采用 van Genuchten 模型对水相气相渗透率进行曲线拟合^[8], 即

$$S_e = [1 + (\theta - \theta_r)^n]^{-m} \quad (11)$$

$$k_w = k S_e^l \left[1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right]^2 \quad (12)$$

$$k_a = k (1 - S_e^l) \left[1 - S_e^{1/m} \right]^{2m} \quad (13)$$

式中 k 为流体绝对渗透率; S_e 为水的有效饱和度, 且 $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$; θ 为土壤体积含水量; θ_s 、 θ_r 分别为土壤饱和含水量和参与含水量; n 、 m 为未知参数, 且 $m = 1 - 1/n$, $l = 0.5$ 。

由此, 建立如下 K-S-P 反演本构模型

$$S_w = S_w(h_c, b) \quad (14)$$

$$k_w = k_w(S_w, b) \quad (15)$$

$$k_a = k_a(S_w, b) \quad (16)$$

式中 b 为包含模型反演参数向量(包括 θ_s 、 θ_r 、 k 、 n)。

2 模型参数反演的数值方法

2.1 参数反演的最优化模型

反演参数识别是一个非线性优化问题, 其中向量 b 是通过最优化目标函数来获取。用 v 表示包含可测量的毛管压力和流量的向量, 其中 m 、 s 表示测量值和模拟值。所以测量值和模拟值之间的误差为

$$e = v_m - v_s \quad (17)$$

估计误差的方差矩阵为

$$V = E(v_m - v_s)(v_m - v_s)^T \quad (18)$$

由最大似然估计形成的目标函数为^[9]

$$L = \frac{n}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln(\det V) + \frac{1}{2} e^T V^{-1} e \quad (19)$$

由此得到了常规的最小二乘形式为

$$O(b) = e^T V^{-1} e \quad (20)$$

由于测量往往是在不同条件下进行的, 这些量测所得到的数据对于参数的估计灵敏性很大, 有的偏大, 有的偏小。为此, 引入“权”函数, 将上述的最小二乘法形式变为加权最小二乘形式为

$$O(b) = W_Q \sum_{i=1}^N \{i[Q_m(t_i) - Q_s(t_i, b)]\}^2 + W_{h_c} \sum_{j=1}^M \{j[h_{c,m}(t_j) - h_{c,s}(t_j, b)]\}^2 + W \sum_{k=1}^L \{k[h_{c,1}(t_k) - h_{c,s}(t_k, b)]\}^2 \quad (21)$$

式中 W 为对称权正定矩阵; Q 为累积排出量; h_c 为毛管压力水头; i 、 j 和 k 为权因子; N 、 M 和 L 分别为累积产量、毛管压力和水相含水量观测数。

由以上可得到最优化数学模型

$$\left. \begin{array}{l} \min O(b) \\ \text{s. t.} \quad b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \end{array} \right\} \quad (22)$$

式中 b_{\min} 、 b_{\max} 分别为两组经验值, 给参数加约束条件是保证极小化目标函数时, 有整体唯一解而且保证其收敛性。

2.2 参数估计的最优化算法

计算相对渗透率曲线就是解最优化问题式(22), 简写成

$$\left. \begin{array}{l} \min O(b) \\ \text{s. t.} \quad C_i(b) \leq 0 \end{array} \right\} \quad (23)$$

对于优化问题式(23), 约束条件 $C_i(b) \leq 0$ 为线性, 目标函数为非线性。为便于计算稳定, 快速收敛, 采用约束变尺度方法求解。首先求目标函数的下降方向 d , 为此定义 Lagrange 函数^[10,11]

$$L[b, \lambda] = J(b) - \lambda^T C \quad (24)$$

式中 λ 为 Lagrange 乘子向量。将式(24)作 Taylor 展开

$$L[b^{k+1}, \lambda^k] = L[b^k, \lambda^k] + \nabla L[b^k, \lambda^k](b^{k+1} - b^k) + \frac{1}{2} (b^{k+1} - b^k)^T B^k (b^{k+1} - b^k) \quad (25)$$

式中 $B^k = \nabla^2 L[b^k, \lambda^k]$ 为 Hesse 阵, ∇ 为梯度算子, 令 $d^k = b^{k+1} - b^k$, 得

$$L[b^{k+1}, \lambda^k] = L[b^k, \lambda^k] + \nabla L[b^k, \lambda^k]^T d^k + \frac{1}{2} (d^k)^T B^k (d^k) \quad (26)$$

再把约束 $C_i(b)$ 在 b^k 处做一阶展开, 得

$$C[b^{k+1}, \lambda^k] = C[b^k, \lambda^k] + \nabla C[b^k, \lambda^k]^T d^k \leq 0 \quad (27)$$

利用式(26)和式(27)构成子问题

$$\left. \begin{array}{l} \min QP[d^k] = \nabla J[b^k, \lambda^k]^T d^k + \frac{1}{2} (d^k)^T B^k (d^k) \\ \text{s. t.} \quad C[b^k, \lambda^k] + \nabla C[b^k, \lambda^k]^T d^k \leq 0 \end{array} \right\} \quad (28)$$

解出 d^k 后，得到新的极小点，反复迭代直到满足精度为止。

3 数值算例

实验中分别采用砂性土(廊坊地区)和粘性土(阜新地区)分别代表不同质地的多孔介质为实验材料。土样经过空气风干、经过 2 mm 标准筛筛分后获得较为均匀的颗粒。实验中使用的土柱体为有机玻璃柱为高 30 cm，直径为 2.5 cm，在柱体的底部垫有 2 cm 厚的多孔板，上铺有 50 目不锈钢的筛网。为了保证实验时气体的连续性，在实验过程中，初始毛管压力水头必须大于气体的进气压力。具体实验步骤为：

- (1) 采用填砂方法制作长管模型，测定砂性土和粘性土模型的气测渗透率；
- (2) 将模型置于真空状态 3 h，饱和蒸馏水，饱和水量为孔隙体积；
- (3) 水驱气测试水相渗透率，测定粘性土和砂性土的渗透率；
- (4) 水驱气建立束缚水，测定气相饱和度和对应水相有效渗透率，在流动稳定时，记录流量和流动压力；
- (5) 恒速气驱水，测定残余水饱和度及对应气相有效渗透率，并分别记录时间、压力和每个时间段的流量。

采用本文的数值方法对模型本构关系中的参数进行最优估计，得出了数值反演的最优值，见表 1。同时，结合实验测定不同压力条件下毛管压力和流体排出总量及相对渗透率曲线，并进行对比分析，其计算结果见图 1~图 3。

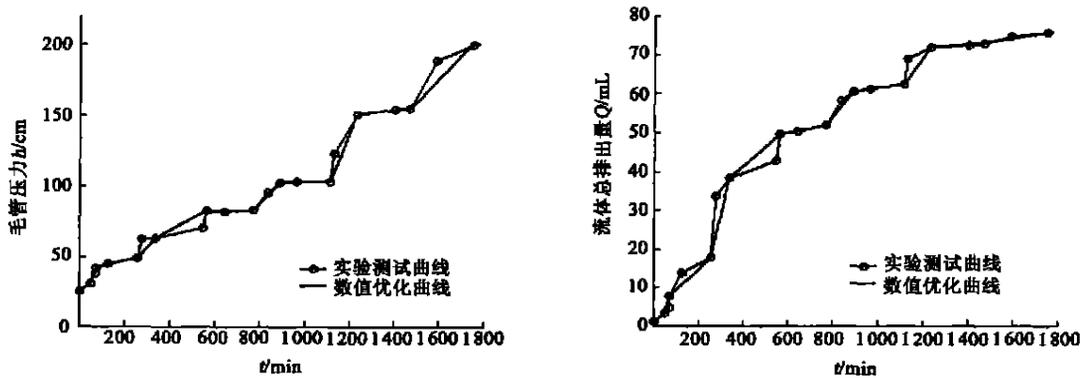


图 1 砂性土壤中毛管压力和流体排出总量实验测试与数值优化对比曲线

Fig. 1 Contrast curves of capillary pressure head and cumulative outflow as a function with time in clays soil

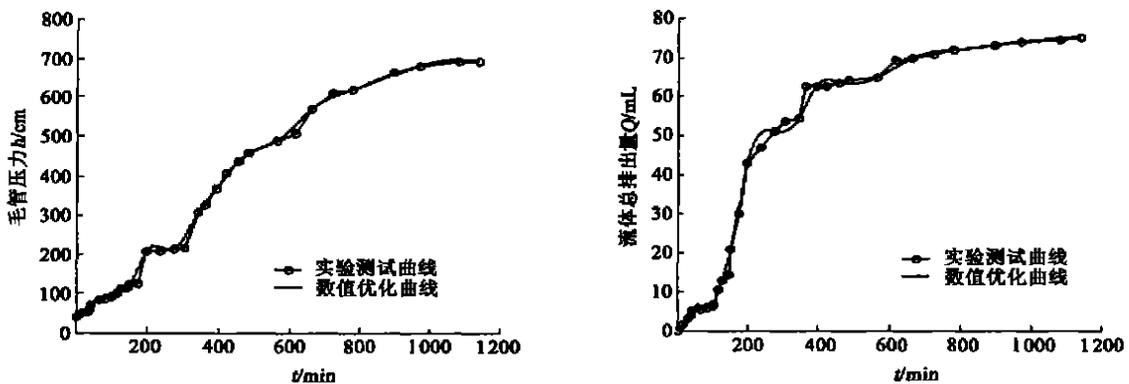


图 2 粘性土壤中毛管压力和流体排出总量实验测试与数值优化对比曲线

Fig. 2 Contrast curves of capillary pressure head and cumulative outflow as a function with time in sandy soil

通过对砂性土和粘性土壤中水气相互驱替实验中毛管压力和流体排出总量以及相对渗透率曲线可以看出,采用本文数值方法求得的数值优化结果与实验测试结果吻合较好,表明文中所建立的数值方法是可行和可靠的。通过约束变尺度反演参数最优化方法求解了多参数最优问题,解决了实验数据处理问题以及结果对初值的敏感性问题,并且可通过多组初值参数进行数值实验,结合实验结果来满足实际工程的需求。

表1 数值反演参数最优值

Table 1 Optimized value for inverse the parameters

土壤类型	s	r	$k/(10^{-9}\text{cm}^{-2})$	n
砂性土	0.47	0.032	25.21	0.0212 2.902
粘性土	0.35	0.0927	6.32	0.0121 2.225

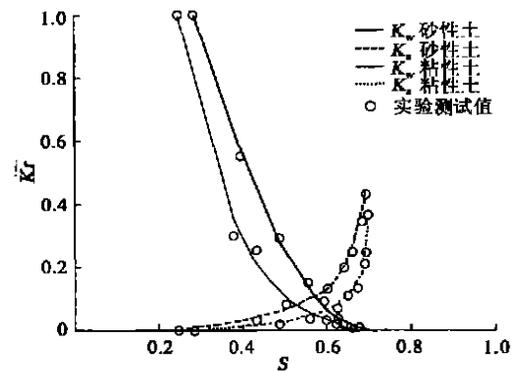


图3 水相气相渗透率对比曲线

Fig.3 Contrast curves of water-air permeability

4 结 论

(1) 根据流体渗流的连续性方程,建立了水气两相流系统流体运移过程的控制方程,并采用约束变尺度方法对控制两相流本构关系中的模型参数进行数值反演,得出了参数的最优估计值;

(2) 通过数值方法和实验结果对比分析可以看出,采用本文的数值方法来确定 K-S-P 本构关系之间的模型参数是可靠的,验证了模型的适用性;解决了实验数据处理以及结果对初值的敏感性问题,并且可通过多组初值参数进行数值实验,结合实验结果来满足实际工程的需求。

(3) 本文的研究结果不仅对于非饱和带内污染物传输、气藏工程试井计算、填埋气体的释放以及挥发性有机污染物的去污分析中两相流数值计算提供基础,而且对 K-S-P 本构关系之间参数的确定提供了可靠的依据。

致谢: 特别感谢美国加州大学水资源与环境系 Jan. W. Hopmans 教授和中国科学院渗流流体研究所刘慈群研究员的热心帮助和指导!

参考文献:

- [1] 薛强. 石油污染物在地下环境系统中运移的多相流模型研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2003.
- [2] Milly C D. Advances in modeling of water in the unsaturated zone [J]. Transport in Porous Media, 1988, 3(2): 491 - 514.
- [3] Weir GJ, Kissling W M. The influence of airflow on the vertical infiltration of water into soil [J]. Water Resource Research, 1992, 28(10): 2765 - 2772.
- [4] 唐海行, 张和平. 考虑气压势影响的降雨入渗数值模拟研究[J]. 水科学进展, 1996, 7(1): 8 - 13.
- [5] 陈家军, 彭胜, 王金生. 非饱和带水气二相流动参数确定实验研究[J]. 水科学进展, 2001, 12(4): 467 - 472.
- [6] Whitaker S A. Flow in porous media: the governing equation for immiscible, two-phase flow [J]. Transport in Porous Media, 1986, 23(1): 105 - 125.
- [7] Whitaker S A. The closure problem for two-phase flow in homogeneous porous media [J]. Chemical Engineering Science, 1994, 49(3): 765 - 780.
- [8] van Genuchten M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils [J]. Soil Sci Soc Amer J, 1980, 44(3): 892 - 898.
- [9] Hopmans J W, Dam J C van, Eching S O, et al. Parameter estimation of soil hydraulic functions using inverse modeling of transient outflow experiments [J]. Trends in Hydrology, 1994, 1: 217 - 242.
- [10] Kool J B, Parker J C. Analysis of the inverse problem for transient unsaturated flow [J]. Water Resources Research, 1988, 24(5): 817 - 830.
- [11] 吕玉麟, 相天章. 稠油松散岩心相对渗透率曲线的最优算法 [J]. 力学学报, 1995, 27(1): 94 - 98.

Optimal estimation of parameters inversion for the relationship of permeability-saturation-pressure in water-air phase flow system^{*}

XUE Qiang^{1,2}, FENG Xia-ting¹, LIANG Bing³, LIU Jian-jun²

(1. *Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;*

2. *Institute of Porous Mechanics, Wuhan Polytechnic University, Wuhan 430023, China;*

3. *Department of Mechanics and Engineering Sciences, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)*

Abstract : The governing equation of water-air phase flow is the best one, and established by the two fluid volume-averaged momentum and continuity equations based on seepage mechanics and the optimization theory of parameter inversion. The constitutive relationships of permeability-saturation-pressure controlling multiphase flow is given. The optimal estimation values are obtained by adopting the constrained variable metric method to inverse the parameters. The results show that the optimized values by the numerical method in this paper is in good agreement with the experimental data, and the comparison analysis validates the reliability and practicability of the numerical model, which deals with the sensitivity of the values to the initial conditions. The uniqueness and stability analysis indicates that the inverse model is well posed, and that the numerical model provides sufficient information for the successful application of the parameter-estimating approach. The numerical experimental is completed by this method, using the numerous initial values to meet the practical project. It not only supplies the foundations to the numerical calculation of the contaminant transport in unsaturated zone, analyzes well the test data in the process of oil gas reservoir exploitation, the landfill gas release and the contamination remediation of the volatile organic compounds, but also provides the theoretical basis for determining the parameter of the permeability-saturation pressure.

Key words : water-air phase flow; permeability-saturation-pressure model; parameter inversion; optimal estimation

* The study is financially supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 50309015).