

圆形断面管道非满流流速计算表达式

茅泽育¹, 赵璇², 罗 1

(1. 清华大学水利水电工程系, 北京 100084; 2. 清华大学核能与新能源技术研究院, 北京 100084)

摘要: 工程实际中, 常需要计算某一充满度下管道非满流的流量及流速。目前大多数计算模型均采用水力半径作为反映过流断面形状及几何尺寸的特征参数。针对不同充满度的研究表明, 这种类型模型的计算结果与真实的流动特性并不相符, 尤其当水深接近管顶时。根据水动力学基本原理及试验研究手段, 对圆形断面管道无压均匀流流量-充满度非单一性进行了探索, 并提出了以流量作为形状特征参数的更为合理且简单实用的水流流速计算表达式。

关键词: 圆形断面管道; 非满流; 充满度; 流量比; 流速比; 水力特性

中图分类号: TU99 文献标识码: A 文章编号: 1001-6791(2007)02-0170-05

许多实际工程中的管道如城市排水管道常为圆形, 它具有节省材料, 便于预制、运输、受力性能好等优点。为了通风、防爆、排除有害气体以及适应污水量变化, 设计时使圆管内水流为非满流^[1,2]。对于城市污水、雨水合流管道或单一雨水管道, 设计时常使管内水流恰好充满整个断面, 但断面顶端压强仍为大气压, 称为满流^[3]。非满流和满流均可按明渠无压流计算。研究圆形断面管道无压流的水力特性, 对于分析研究人工管渠、明流涵洞、无压泄洪隧洞中的水流运动及管道瞬变流和明满流等均具有重要的实际意义^[4~6]。

紊动水体的掺混特性较为复杂, 很难完全根据水流物理特性和基本物理定律进行数学描述, 因此, 几乎所有描述管道中紊流运动的数学模型都是基于一定的经验关系。现有各种公式计算所得的圆管无压流独特的水力特性, 给工程设计带来一定困难。如在一定充满度下流速及流量较满流大; 最大流速、最大流量并非出现在同一水深; 流速、流量随充满度变化呈非单一性(双值), 而导致流量变化非单一性的原因至今没有得到很好的阐述。

本文根据水动力学基本原理及试验研究方法, 对圆形断面管道无压均匀流的流量-充满度非单一性进行了探索性研究分析, 提出了以流量作为形状参数的更为合理且简单实用表达式。

1 现有计算模型分析

非满流示意如图1所示: 水深为 h , 管径为 d , 相对水深(水深比或充满度) ($\alpha = h/d$), 水面宽度为 B , 充满角为 θ 。特别地, 对于管道均匀流, $J = J_f = h_f/L = i$, 其中, J 为水力坡度; J_f 为摩阻坡度; h_f 为沿程水头损失; L 为流程; i 为管道底坡。

至今已有许多管道紊流流速计算公式, 其中, 曼宁、达西-魏斯巴赫(Darcy-Weisbach)和海曾-威廉公式(Hazen-Williams)应用较为普遍, 可由统一形式表达:

$$V = kJ^a R^b \quad (1)$$

式中 V 为断面平均流速; k 为反映管壁粗糙情况的参数; a, b 为经验指数。对于曼宁公式, $k = 1/n$, $a = 1/2$, $b = 2/3$, 其中 n 为曼宁系数。水力半径 $R = A/X$, 其中 A 为过流断面面积, X 为过流断面湿周。

管道非满流比有压流复杂, 自由水面和过流断面形状对流动的影响一般只能根据经验估计。现有管道非满流流速计算公式大多为经验公式, 并没有得到严格证实, 且量纲也不和谐。有些是由管道有压流公式以水力半径 R 代替管径 d 推得, 有些则原本是根据河渠道水流量测或实验结果得到。各种方程均采用水力半径作为反映过流断面形状特征长度的参数。这一概念从 Chezy 时起就为人们所接受。通常认为海曾-威廉或达西-魏斯巴赫公式适用于管道有压流, 曼宁公式则适用于管道明流。实际上并没有一个方程具有明显的优点。此外, 对于同一管道, 明流、有压流采用不同方程, 则不可避免出现计算结果的不连续性。因此, 工程实际及大多数教

收稿日期: 2006-05-09; 修订日期: 2006-07-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378049)

作者简介: 茅泽育(1962-), 男, 浙江绍兴人, 副教授, 博士, 主要从事水力学及河流动力学研究。E-mail: maozeyu@tsinghua.edu.cn

材、规范及文献中, 两种流动一般都采用曼宁公式计算。

由式(1)可知, 如果水力坡度(或管道底坡)、水力半径相同, 则不管流动水体形状如何, 断面平均流速均相同。这一结论从未得到试验或观察证实, 而且在一定条件下并不成立。如图1所示, 由几何关系可得

$$\theta = 4\arcsin \sqrt{\alpha} \quad (2)$$

$$A = \frac{d^2}{8}(\theta - \sin\theta), \quad x = \frac{d}{2}\theta, \quad R = \frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right), \quad B = d\sin \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

若按曼宁公式计算流速、流量, 则分别得到

$$V = C \sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \left\{ \frac{d}{4} \left[1 - \frac{\sin(4\arcsin \sqrt{\alpha})}{4\arcsin \sqrt{\alpha}} \right] \right\}^{2/3} \quad (4)$$

$$Q = AC \sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \frac{d^2}{8} \left[4\arcsin \sqrt{\alpha} - \sin(4\arcsin \sqrt{\alpha}) \right] \left\{ \frac{d}{4} \left[1 - \frac{\sin(4\arcsin \sqrt{\alpha})}{4\arcsin \sqrt{\alpha}} \right] \right\}^{2/3} \quad (5)$$

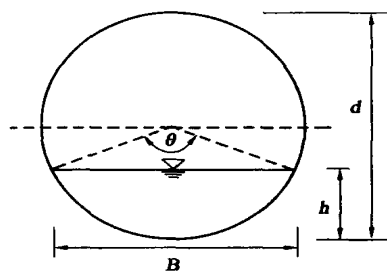


图1 非满流示意图

Fig. 1 Sketch for partially filled pipe flow

式(4)和式(5)表明, 计算 Q 或 V 涉及到 α 、 d 、 i 、 n 四个变量。实际应用时, n 值选择是否恰当对计算结果影响很大, 往往需根据边壁状况、边界整齐程度, 参照多年经验及有关标准、文献或设计手册确定。必要时, 特别是对于运行多年管道, 需进行现场实测确定。

对于满流($\theta = 2\pi$ 或 $\alpha = 1.0$), 若各水力要素以下标 d 表示, 则有

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4} \quad B_d = 0 \quad R_d = \frac{d}{4} \quad x_d = \pi d \quad V_d = \frac{\sqrt{i}(d/4)^{2/3}}{n} \quad Q_d = \frac{2\pi d^2 (d/4)^{2/3} \sqrt{i}}{8n} \quad (6)$$

若定义流量比 β_1 、流速比 β_2 分别为

$$\beta_1 = \frac{Q}{Q_d} = \frac{\theta}{2\pi} \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right)^{5/3} \quad (7)$$

$$\beta_2 = \frac{V}{V_d} = \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right)^{2/3} \quad (8)$$

则得到充满度与各水力要素的变化关系, 其计算结果如图2所示。

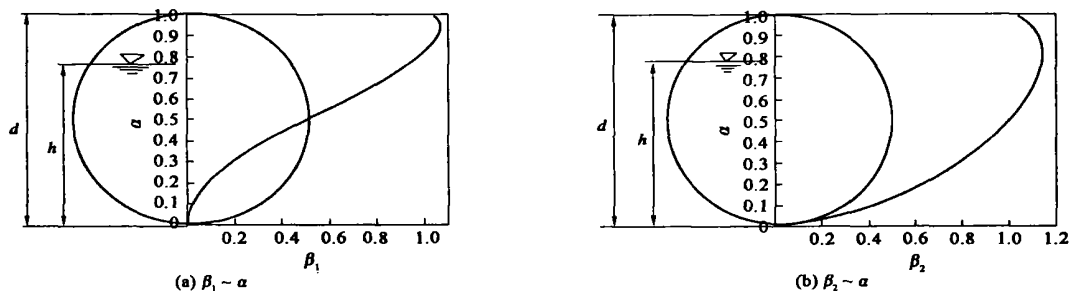


图2 管道水力元素曲线

Fig. 2 Hydraulic curve for circular section pipe flow

由图2可见, β_1 、 β_2 随 α 的变化呈非单一性, 且 β_1 、 β_2 的最大值均不出现在满流条件下。由式(7)得, $\beta_1|_{\alpha=0.938} = \beta_{1\max} = 1.076$, 即 $Q_{\max} = 1.076Q_d$, $Q|_{h=0.8197d} = Q_d$; 由式(8)得, $\beta_2|_{\alpha=0.813d} = \beta_{2\max} = 1.140$, 即 $V_{\max} = 1.14V_d$, $V|_{h=0.5d} = V_d$ 。对于上述最大流速、最大流量均不发生在满流现象, 目前普遍的解释是, 圆形断面上部充水时, 经过某一水深后, 其湿周比水流过流断面面积增长得快, 水力半径开始减小, 从而导致流量和流速减小。可作以下定量分析。由 A 、 A_d 、 R 、 R_d 的表达式得以下面积比 β_3 、水力半径比 β_4 与 θ 的变化关系:

$$\beta_3 = \frac{A}{A_d} = \frac{\theta - \sin\theta}{2\pi} \quad (9)$$

$$\beta_4 = \frac{R}{R_d} = 1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \quad (10)$$

显然, β_3 随 α 增加而单调增加, 而 β_4 随 α 的变化则呈非单一性。由式(10)得, $\beta_4|_{\alpha=0.813} = \beta_{4\max} = 1.217$ 。因为, $\beta_2 = V/V_d = \beta_4^{2/3}$, 因而, β_4 与 β_2 呈单调递增, β_4 减小导致 β_2 减小。由流量比的表达式得 $\beta_1 = Q/Q_d = \beta_2\beta_3$, 当 $\alpha > 0.813$, β_4 开始减小, 导致 β_2 减小, 但由于 β_3 为单调增大, 因而此时 β_1 继续增大但增长速度变缓, 直至最大值; 随着 α 进一步增加, β_2 继续减小, 导致 β_1 随后逐渐减小。

但是, 上述分析只是从公式本身的角度解释而已。随着充满度增加($\alpha > 0.938$)流量 Q 减小, 即流量与充满度呈非单一性变化, 这与实际情况相悖。对于 i 、 d 、 n 等一定的管流, 流量增加是导致水深增加的唯一原因。管道水力元素曲线上部(接近管顶)这一水力要素变化特性至今没有得到很好阐述^[5]。例如, 对于满流和半直径水深两种流动, 水力半径 $R = d/4$, 由式(4)得两者断面平均流速相等。一些研究结果表明^[7~10]: 曼宁公式等方程均不能很好地体现圆形断面管流水深接近顶顶时的真实流动特性, 与实测结果相差约 10%~25%, 半充满和满流流速之比 $V_{0.5d}/V_d = 0.85 \sim 0.97$, 并非 1.0。

显然, 任何用于计算断面平均流速的表达式都必须包括一个反映过流断面形状及几何尺寸特性的参数。对于管道有压流, 水力半径($R = d/4$)、管径、面积与管道尺寸(直径)具有明确数学关系, 因此都可作为表示尺寸的参数。而对于圆形断面管道非满流动, 传统的方程也采用水力半径, 则值得商榷。

2 圆形断面管道无压均匀流计算模型

如上所述, 由曼宁公式计算所得圆形断面管道流量变化非单一性源于水深接近管顶时, 流速的计算值与实际不符。而造成这一不符的主要原因是采用了水力半径 R 作为过流断面形状的特征长度。为此, 本文尝试采用流量 Q 作为参数。

对于半直径水深管流(以下标 0.5d 表示), $R_{0.5d} = d/4$ 。由 $Q_{0.5d} = A_{0.5d} V_{0.5d} = 2\pi R_{0.5d}^2 V_{0.5d}$, 得 $R_{0.5d} = \sqrt{Q_{0.5d}/(2\pi V_{0.5d})}$, 代入方程(1)得

$$V_{0.5d} = (2\pi)^{-1/4} \left[\frac{1}{n} \right]^{3/4} J^{3/8} Q_{0.5d}^{1/4} \quad (11)$$

显然, 上述方程与式(4)等同。进一步考虑相对水深影响。采用类比的方法, 假设圆形断面管道非满流任一水深时的断面平均流速可表示为

$$V = f(\alpha) (2\pi)^{-1/4} \left[\frac{1}{n} \right]^{3/4} J^{3/8} Q^{1/4} \quad (12)$$

式中 函数 $f(\alpha)$ 反映了充满度的影响。实际应用时, 若已知水深(或充满度), 则由以下式(15)确定 $f(\alpha)$, 然后由式(12)隐式计算 V 及 Q ; 若已知流量 Q , 则由式(14)及式(15)或式(17)计算得到充满度 α , 再由式(12)计算 V 。

令 $\beta_5 = V/V_{0.5d}$, $\beta_6 = Q/Q_{0.5d}$, $\beta_7 = A/A_{0.5d}$, 其中, $V_{0.5d}$ 按式(11)计算得到。由式(11)、式(12)可得

$$\beta_5 = \frac{V}{V_{0.5d}} = f(\alpha) \beta_6^{1/4} \quad (13)$$

$$\beta_6 = \frac{Q}{Q_{0.5d}} = [f(\alpha) \beta_7]^{4/3} \quad (14)$$

针对不同管径、不同管道底坡、不同水力条件, 通过实验确定 $f(\alpha)$ 的表达式, 即对于给定 n 、 i , 量测得到 Q 、 α (由湿周推得), 由式(13)或(14)计算得到 $f(\alpha)$ 值, 并进而建立 $f(\alpha) \sim \alpha$ 表达式。

3 试验研究及成果分析

实验是在汇流管路系统上进行(研究管道汇流口局部能量损失试验装置), 如图 3 所示。水流循环系统由两台四 潜水泵、输水管路、汇流管路以及蓄水库组成半封闭自循环系统。由潜水泵从尾水库提水进入输水管路, 在主支管的进口断面前分流, 并经实验管路流回水库。主、支管进口断面前分别安装文丘里管量水计(扩散

角为 6° , 测流精度为 1%, 流量系数为 $0.984)^{[11]}$ 。本研究试验关闭支管上游阀门, 试验量测断面取在交汇口下游汇流管段中部。最大流量为 $2 \times 36 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, 管径 $d = 10、15 \text{ cm}$, $i = 0.002、0.008$ 。最大雷诺数 $Re_{\max} = 9.14 \times 10^5$, 除 $\alpha < 0.5$ 时的个别数据点位于紊流过渡区, 绝大多数落在紊流粗糙区。

图 4 给出了 $f(\alpha) \sim \alpha$ 的试验结果, 其中实测值 1 ($i = 0.00016 \sim 0.068$, $\alpha = 0.153 \sim 0.727$, $Q = 0.0028 \sim 7.36 \text{ m}^3/\text{s}$, $V = 0.555 \sim 3.45 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 0.0097 \sim 0.0131$) 为文献[7]中的试验数据, 实测值 2 为本研究所得实验结果 ($\alpha = 0.05 \sim 0.98$), 实测值 3 为文献[8]中的试验资料(Camp 曲线, $\alpha = 0.05 \sim 1.0$), 实测值 4 为文献[9]试验资料 ($\alpha = 0.20 \sim 1.0$)。由图可见, $f(\alpha)$ 的变化范围为 $0.875 \sim 1.027$ 。当 $\alpha < 0.4$, $f(\alpha)$ 随 α 增加呈较明显增大; 当 $\alpha > 0.6$, $f(\alpha)$ 随 α 增加而减小, 但与前者相比变化相对较小。对试验结果进行拟合得以下表达式(相关系数 $r = 0.9997$):

$$f(\alpha) = -0.33\alpha^2 + 0.43\alpha + 0.88 \tag{15}$$

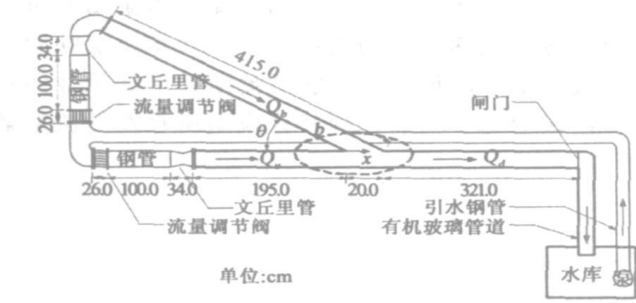


图 3 试验管路平面布置图

Fig. 3 Schematic layout of the test rig

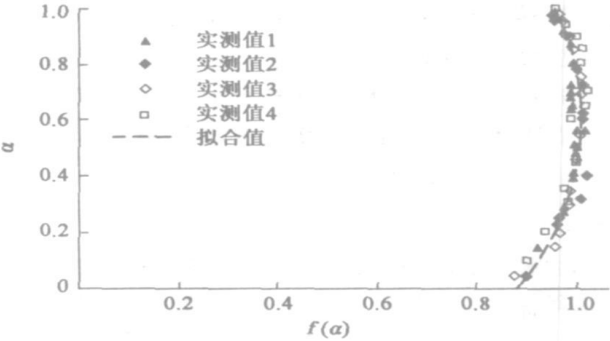


图 4 $f(\alpha) \sim \alpha$ 关系曲线

Fig. 4 Variation of $f(\alpha)$ with α

由于 $f(\alpha)$ 值接近 1.0, 因此, 若令 $f(\alpha) \approx 1.0$, 则式(12)简化为

$$V = (2\pi)^{-1/4} \left[\frac{1}{n} \right]^{3/4} J^{3/8} Q^{1/4} \tag{16}$$

由式(15)得, $f(\alpha = 0.1) = 0.9197$, $f(\alpha = 0.5) = 1.0125$, $f(\alpha = 0.9) = 0.9997$, 因此, $\frac{f(\alpha = 0.1) - f(\alpha = 0.5)}{f(\alpha = 0.5)} = -9.165\%$, $\frac{f(\alpha = 0.9) - f(\alpha = 0.5)}{f(\alpha = 0.5)} = -1.264\%$ 。显然, 对于水深较大流动式(12)与式(16)的计算结果差别不大; 对于水深较浅流动, 则需考虑充满度的影响。

图 5 给出的是 β_6 随 α 的变化关系, 其中, 计算值由式(4)、式(5)得到。由图可见, 当充满度 α 大于 0.55 时, 实测值明显大于计算值。更重要的是, 试验结果表明, 流量随水深的变化关系确实呈单一性。图中虚线为根据 4 组实测数据拟合所得, 明显改善了曼宁公式计算结果呈非单一性的缺陷。其表达式为(相关系数 $r = 0.9998$)

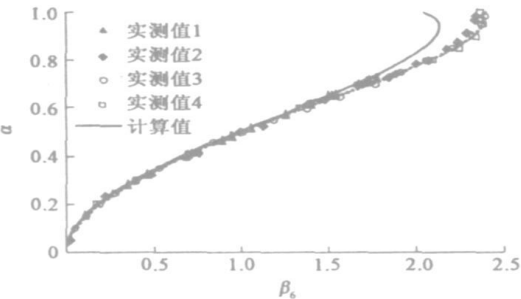


图 5 $\beta_6 \sim \alpha$ 关系

Fig. 5 Variation of β_6 with α

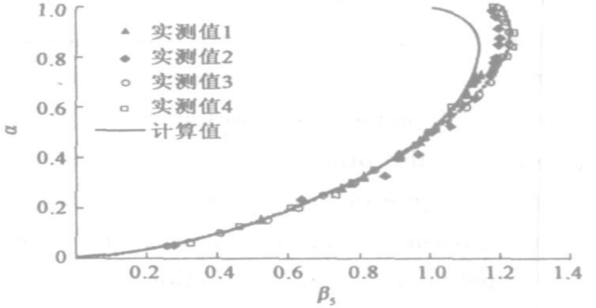


图 6 $\beta_5 \sim \alpha$ 关系曲线

Fig. 6 Variation of β_5 with α

$$\beta_6 = \frac{Q}{Q_{0.5d}} = -3.78\alpha^4 + 2.83\alpha^3 + 3.16\alpha^2 + 0.19\alpha \quad (17)$$

图 6 显示的是 β_5 实测值与计算值的比较。由图可见, 当充满度 α 大于 0.55 时, 实测值明显大于计算值。当 α 大于 0.8 时, 随着充满度增加, 计算值急剧减小, 而此时面积增加有限, 从而导致两者的乘积即流量减小。试验结果表明, 当充满度达到 0.8~0.9 时, 流速开始减小但相对较为缓慢, 甚至可以认为几乎不变, 并不造成流量与水深关系的非单一性。图中虚线为根据 4 组实测点得到的拟合曲线, 其表达式为(相关系数 $r=0.99604$)

$$\beta_5 = -5.34\alpha^4 + 12.03\alpha^3 - 10.31\alpha^2 + 4.8\alpha \quad (18)$$

4 结 论

现有各种计算圆形断面管道无压均匀流公式大多来自有压管流或河渠道明流, 计算结果显示流量随充满度呈非单一性变化。研究结果表明, 这一非单一性源于水深接近管径时, 流速计算偏离实际, 因此难以反映圆形断面管道的水流特性。本文根据水动力学基本原理及试验研究手段, 采用流量作为反映过流断面形状尺寸的特征参数, 提出了圆形断面管道无压均匀流流速计算表达式, 其表达式避免了目前各种计算模型所存在的流量随充满度变化呈双值性的问题。

参考文献:

- [1] 孙慧修主编. 排水工程(上册)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. 32-35.
- [2] 重庆建筑工程学院主编. 排水工程(上册)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987. 33-35.
- [3] 闻德荪主编. 工程流体力学(水力学)(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004. 66-69.
- [4] Mao Zeyu. Partially filled unsteady flow analysis in the region of pipe junctions[D]. Ph D thesis, Heriot Watt University, UK, 1993.
- [5] Yen B C. Hydraulics of Sewers[A]. Ven Te Chow. Advanced in Hydrosience[C]. London: Academic Press, 1986. 67-75.
- [6] Mao Zeyu. Numerical simulation of discontinuous flow in circular conduits[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser B, 1996, 18(3): 64-74.
- [7] Richard D P. Flow velocities in pipelines[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1983, 109(8): 1108-1117.
- [8] Camp T R. Design of sewers to facilitate flow[J]. Sewage Works Journal, 1946, 18(1): 34-39.
- [9] Yamell D L and Woodward S M. The flow of water in drain tile[N]. Bulletin No 854, U S Department of Agriculture, 1920.
- [10] Richard D P. Flow velocities in small sewers[J]. Journal of the Water Pollution Control Federation, 1967, 39: 1525-1548.
- [11] 冬俊瑞, 黄继汤主编. 水力学实验[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991. 42-43.

Analytic expression for partially-filled flow velocity in pipe of circular section^{*}

MAO Zeyu¹, ZHAO Xuan², LUO Sheng¹

(1. Dept. of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The pipelines with circular cross section are widely used in the practical engineering. It is necessary to determine the flow discharge and the velocity under the partially filled condition. Most of the existing formulations use hydraulic radius as a characteristic length parameter to reflect the influence of cross section shape. The studies indicate that the results calculated from these types of formulations represent poorly the actual flow characteristics, especially when the flow depth reaches the top of pipe. Based upon the principle of hydrodynamics and the experimental study, the dyadic characteristics between the flow discharge and the degree of fullness for the partially filled uniform flow in circular section pipelines are fully analyzed, and a more accurate expression using discharge as the shape parameter is developed.

Key words: pipeline with circular section; partially filled pipe flow; degree of fullness; discharge ratio; velocity ratio; hydraulic characteristics

* The study is financially supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 50378049).