

基于 copula 函数的区域干旱分析方法

陆桂华, 闫桂霞, 吴志勇, 康燕霞

(河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098)

摘要: 提出不同网格干旱等级影响下的区域干旱指数。采用 copula 函数, 建立了区域干旱历时和干旱强度的联合分布, 计算联合分布的重现期, 并对实际重现期作区间估计。所提出的区域干旱指数能够反映研究区域内发生干旱的严重程度和该区内不同干旱等级所影响面积的大小, 且联合分布同时考虑了干旱历时和干旱强度, 更全面地反映区域的干旱状况。重庆市 2006 年干旱实证分析表明, 区域干旱指数能够较好地描述本次干旱的发生发展过程, 并计算出联合分布的重现期为 118 年。

关键词: 区域干旱; copula 函数; 重现期; 重庆

中图分类号: P467 文献标志码: A 文章编号: 100126791(2010)0220188206

通常干旱的特征分析, 仅仅局限于单变量分析。包括干旱历时和干旱强度等多个相关变量的极值水文事件, 单变量分析难以反映多变量特征之间的联合分布关系。并且由于干旱历时和干旱强度是显著相关且服从不同分布的两个主要干旱特征, 已有的具有相同边缘分布的两变量分布模型如两变量对数分布模型等将不再适用, 而具有灵活边缘分布的两变量分布模型往往具有有限的适用范围, 如 FGM 模型只适用于弱相关的随机变量^[1]。2006 年, Shiao^[2]采用 copula 方法建立了干旱历时和干旱强度的联合分布, 这为干旱分析提供了一种新的途径。copula 函数的主要特点在于各单因子变量的边缘分布可以采用任何形式, 变量之间可以具有各种相关关系, 具有极强的灵活性和适应性^[1]。Shiao、闫宝伟等^[3,4]分别利用此方法对黄河流域和汉江上游地区的干旱特征进行了分析。但对于区域的干旱研究往往是以区域内单个站点或多个站点的平均值为基础的, 没有考虑不同站点不同干旱等级对区域干旱的影响。本文基于分辨率为 50 km @50 km 网格的综合气象干旱指数^[5], 提出区域干旱指数; 然后, 统计研究区域内的干旱场次, 计算干旱历时和干旱强度, 并利用 Gumbel-Hougaard copula 函数建立干旱历时和强度的联合分布, 借助重现期对研究区域的干旱特征进行分析; 最后, 采用本文提出的区域干旱分析方法对重庆市 2006 年干旱进行实证分析。

1 区域干旱指数

基于帕尔默干旱指数 (Palmer Drought Severity Index PDSI)^[6]和标准化降水指数 (Standardized Precipitation Index SPI)^[7]的综合气象干旱指数 I , 不但能够反映月、季降水量的气候异常, 而且考虑温度等因素表征的实际水分供应持续少于气候适宜水分供应的水分亏缺。它能够较好地反映区域干旱受旱成灾范围, 以及河道径流的丰枯状况, 其计算式为^[5]

$$I = aP_1 + bP_2 + cP_3 \quad (1)$$

式中 P_1 、 P_2 、 P_3 分别为 SPIII、SPIII 及 PDSI 根据其自身的历史序列计算出的各自当前干湿状况的百分位数;

收稿日期: 2009204229

基金项目: / 十一五 0 国家科技支撑计划资助项目 (2006BAC05B02、2007BAC03A06); 公益性行业科研专项经费资助项目 (200701039、200801001)

作者简介: 陆桂华 (1962-), 男, 浙江东阳人, 博士生导师, 教授, 主要从事水文水资源研究。

E-mail: lugh@hhu.edu.cn

a 、 b 、 c 分别为 P_1 、 P_2 、 P_3 的权重系数, 其表达式分别为 $a = a_1 / (a_1 + b_1 + c_1)$ 、 $b = b_1 / (a_1 + b_1 + c_1)$ 、 $c = c_1 / (a_1 + b_1 + c_1)$, a_1 、 b_1 、 c_1 为相对系数, 分别为研究区域内 SPIII、SPIII 和 PDSI 达到轻旱以上等级各指数的平均值除以历史上出现最小指数值的平均值。I 的变化范围为 0~1, 划分的干旱标准是, 无旱: $I > 0.135$, 轻微干旱: $0.135 \leq I < 0.125$, 中等干旱: $0.125 \leq I < 0.115$, 严重干旱: $0.115 \leq I < 0.110$, 极端干旱: $I \leq 0.110$

对于综合气象干旱指数 I , 0.135 为发生干旱的临界值, I 值越小干旱越严重。对于某一研究区域 (如图 1), 区域面积为 A , 区域内任意网格 i 的干旱指数 I_i 小于 0.135, 则该网格处于干旱状态, 其在区域内的面积为 A_i , 设网格 i 对区域干旱的贡献为 $(0.135 - I_i) A_i$, 若区域内有 n 个网格处于干旱状态, 则图中阴影部分的体积 $V = \sum_{i=1}^n (0.135 - I_i) A_i$ 即为区域的干旱程度。为了对比分析不同区域的干旱强度, 按下式定义研究区域第 j 时刻的区域干旱指数:

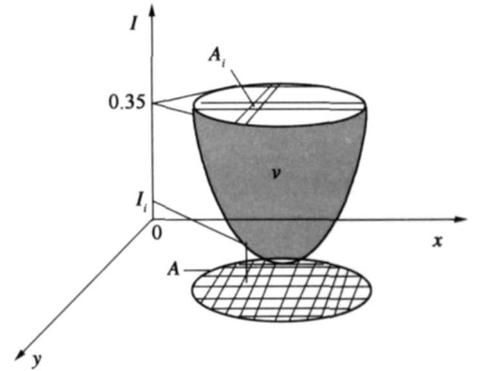


图 1 区域干旱指数定义图

Fig 1 Definition of the regional drought index

$$R_j = \frac{100V}{A} = \frac{100 \sum_{i=1}^n (0.135 - I_{ij}) A_i}{A} \quad (2)$$

式中 R_j 为研究区第 j 月份的区域干旱指数; I_{ij} 为研究区域内处于干旱状态的第 i 个网格第 j 月份的综合气象干旱指数值。由于干旱指数 I 在 0~1 之间变化, 因此, 区域干旱指数 R 的变化范围为 0~35, 区域干旱指数越大, 区域干旱越严重。

根据游程理论, 设 R_0 为阈值, 当 R 大于或等于 R_0 时即发生干旱, 正的游程长度为干旱历时 D , 游程总量为干旱强度 S 。本文假设如果两次干旱过程 (干旱历时和干旱强度分别为 d_1 、 d_2 和 s_1 、 s_2) 中间有且只有 1

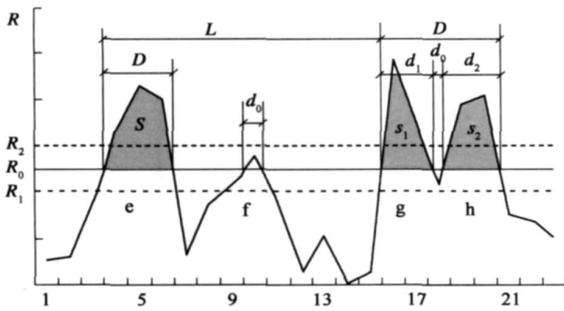


图 2 干旱特征定义图

Fig 2 Definition of the drought characteristic

个月份的干旱指数值小于 R_0 且大于 R_1 (R_1 小于 R_0), 则这两次干旱是从属干旱^[8], 可合并成一次干旱过程, 合并后干旱历时 $D = d_1 + d_2 + 1$, 干旱强度 $S = s_1 + s_2$ 。如果某次干旱过程, 干旱历时只有 1 个月, 干旱指数值小于 R_2 (R_2 大于 R_0), 则此次干旱过程为小干旱过程, 本文忽略不计。图 2 为干旱特征定义图, 图中 D (或 d) 为干旱历时, 其中 $d_0 = 1$, S (或 s) 为干旱强度, L 为干旱时间间隔。由游程理论可知, 图 2 中共有 4 次干旱过程 (e f g h), 但由于干旱过程 f 干旱历时只有 1 个月, 干旱强度较小, 属于小干旱过程, 可忽略不计。干旱过程 g 和 h (干旱历时和干旱强度分别为 d_1 、 d_2 和 s_1 、 s_2) 符合从属干旱的定

义, 看作是一场干旱, 干旱历时 $D = d_1 + d_2 + 1$, 干旱强度 $S = s_1 + s_2$ 。对小干旱和从属干旱处理后可知, 图 2 中共显示有两场干旱, 干旱历时为 D , 干旱强度为 S (阴影部分面积)。

2 二维联合分布模型

2.1.1 边缘分布函数

假定干旱历时和干旱强度分别服从指数分布和 Gamma 分布^[2,9], 其分布函数分别为

$$F_D(d) = 1 - e^{-Kd}, F_S(s) = \int_0^s \frac{A^{-1}}{\Gamma(A)} e^{-\frac{s}{A}} ds \quad (3)$$

式中 K 、 A 和 B 为参数, 用极大似然估计法对参数进行估算。采用 Kolmogorov-Smirnov (KS) 检验^[10] 来评价干旱历时和干旱强度是否符合指数分布和 Gamma 分布, 经验频率计算公式采用 $P = m / (n + 1)$, KS 统计量

Z 的计算式为

$$Z = \max | F(x_i) - P_i | \quad (4)$$

利用上式计算干旱历时和干旱强度的 KS 统计量 Z, 根据给定的显著性水平 A 样本数据个数, 查表可以得到临界值 z_A (双尾检验)。若 $Z < z_A$, 则在 A 的水平上, 认为干旱历时和干旱强度是分别服从指数分布和 Gamma 分布的。

2.1.2 联合分布函数

copula 函数是定义域为 $[0, 1]$ 均匀分布的多维联合分布函数, 它可以将多个随机变量的边缘分布联合起来得到它们的联合分布^[2]。copula 联结函数的构造方法比较多, 比较常见的类型有 3 种: 椭圆型、阿基米德型、二次型, 其中含有一个参数的二维阿基米德型 copula 函数应用最为广泛。

对于干旱来说, 干旱历时越长, 干旱强度越大, 即存在上尾部相关性。因此, 本文选择比较适用于构造两变量相互之间存在正相关性的 Gumbel-Hougaard copula 函数, 它是一种比较典型的阿基米德型 copula 联结函数, 对变量在分布上尾处的变化十分敏感, 能够快速捕捉到上尾相关的变化。其构造形式为

$$C_H(L, M) = \exp\{-[(\ln L)^H + (-\ln M)^H]^{1/H}\} \quad H \geq 1 \quad (5)$$

式中 H 为 Gumbel-Hougaard copula 函数的参数, 它与 Kendall 秩相关系数 S 存在如下关系:

$$S = 1 - \frac{1}{H} \quad (6)$$

式中 $S = (C_n^2)^{-1} \sum_{i < j} \text{sgn}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)]$, $\text{sgn}(\#)$ 是符号函数。

2.1.3 重现期

工程中常用重现期来描述水文事件的严重性^[4], 但由于一场干旱可能持续多年或一年中发生多次干旱, 常用于设计洪水的年最大序列频率分析已不再适用。2001 年 Shiau 和 Shen 推导出干旱历时和干旱强度大于等于某一数值的重现期^[9]为

$$T_D = \frac{E(L)}{1 - F_D(d)}, \quad T_S = \frac{E(L)}{1 - F_S(s)} \quad (7)$$

式中 T_D 、 T_S 分别为干旱历时和干旱强度的重现期; $E(L)$ 为干旱间隔的期望值。

干旱是同时考虑干旱历时和干旱强度的双变量事件。与单变量重现期不同, 联合分布的重现期包括两种情况: $D > d$ 或 $S > s$ 和 $D > d$ 且 $S > s$ 。2003 年 Shiau 提出了基于 copula 函数的双变量联合分布的干旱事件重现期公式^[11]

$$T_0(d, s) = \frac{E(L)}{P[(D > d) G(S > s)]} = \frac{E(L)}{1 - F(d, s)} \quad (8)$$

$$T_a(d, s) = \frac{E(L)}{P[(D > d) H(S > s)]} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + F(d, s)} \quad (9)$$

3 实证分析

重庆市位于中国的西南长江中游地区, 处于青藏高原与长江下游的交会地带。夏季, 整个长江中下游流域都受到副热带高压下沉气流的控制和影响, 多晴少雨、气温偏高, 形成伏旱; 加上重庆地区受背风河谷所产生的焚风效应的影响, 局部温度较高, 使重庆夏季素有“火炉”之称。在全球气候变暖的背景下, 2006 年夏季重庆高温, 同时降水偏少, 出现历史罕见高温热浪和较为严重的伏旱天气。本文采用中国气象科学数据共享服务网提供的 1958~2007 年资料序列不少于 40 年的 611 个站点的地面气候资料月值数据, 利用距离反比权重插值到全国范围内分辨率为 $50 \text{ km} \times 50 \text{ km}$ 的网格上, 根据本文所提出的区域干旱分析方法, 综合分析重庆 2006 年干旱。

3.1.1 分布函数的建立

根据近 50 年 (1958~2007 年) 的气象资料和式 (1) 得重庆地区综合气象干旱指数表达式为: $I = 0.13P_1 + 0.13P_2 + 0.14P_3$ 。并由式 (2) 建立重庆的区域干旱指数, 分析区域干旱指数序列可知, 重庆地区在近 50 年来具有干旱化趋势, 干旱最严重的年份为 2006 年 (图略)。从年平均序列上看, 近 50 年来, 重庆地区年平均干旱指数大于 51.0 的年份有 14 年, 占统计年数的 28%。根据干旱的发生概率, 本文设 $R_0 = 51.0$, 同时假设 R_1 、 R_2 分别等于 41.0 和 61.0。由干旱特征的定义, 统计干旱发生次数, 计算相应的干旱历时 (D) 和干旱强度 (S), 如图 3 所示。据统计, 近 50 年来重庆地区共发生干旱 64 次, 平均每年 1.13 次, 干旱历时累计月数为 156 个月, 占统计月数 (50 年 @12 月 = 600 个月) 的 26%。平均干旱历时和干旱强度分别为 21.5 个月和 121.8。干旱历时和干旱强度的相关系数为 0.1825, 相关性较高。最大干旱历时为 8 个月, 发生在 2006 年 5 月~2006 年 12 月, 相应干旱强度也较大为 80.1%。

对干旱历时和干旱强度序列进行频率分析, 应用极大似然估计法可得指数分布和 Gamma 分布的参数分别为 $K = 0.141$, $A = 0.197$ 和 $B = 161.38$ 。采用 K-S 法对指数分布和 Gamma 分布进行检验, 干旱历时和干旱强度的 K-S 统计量分别为 0.1067 和 0.1086。统计序列 $n = 64 > 45$, 为大样本, 所以在显著性水平 0.01 条件下, 临界值 $z_{\alpha} = 1.163/\sqrt{n} = 0.1204$ 。显然干旱历时和干旱强度的 K-S 统计量小于临界值 0.1204, 因此可以在 0.01 的显著性水平上认为干旱历时和干旱强度分别服从指数分布和 Gamma 分布。

根据所计算的干旱历时和干旱强度, 利用式 (5) 可得它们之间的 Kendall 秩相关系数 $S = 0.160$ 。由 Gumbel-Hougaard copula 函数中参数 H 与 S 的关系可得 $H = 21.45$ 。

3.1.2 重现期的计算分析

表 1 为边缘分布的重现期及其所对应的联合分布的重现期。由表 1 可知, 边缘分布的重现期介于 T_0 和 T_a 之间, 联合分布的两种重现期可以看作是边缘分布的两种极端情况^[4]。因此, 可以根据联合分布的重现期

表 1 重庆地区干旱边缘分布的重现期及其对应的联合分布重现期

Table 1 Return periods of the marginal distribution corresponding to the joint distribution for Chongqing

| 重现期 /a | 干旱历时 (D) /月 | 干旱强度 (S) | T_0 /a | T_a /a |
|--------|-------------|----------|----------|----------|
| 2 | 2.3 | 14.9 | 1.6 | 2.6 |
| 5 | 4.6 | 29.7 | 3.9 | 7.1 |
| 10 | 6.3 | 41.0 | 7.6 | 14.5 |
| 20 | 8.0 | 52.3 | 15.2 | 29.4 |
| 50 | 10.2 | 67.2 | 37.8 | 74.0 |
| 100 | 11.9 | 78.5 | 75.4 | 148.3 |

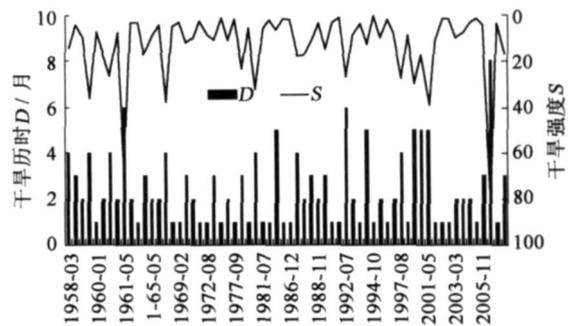


图 3 1958~2007 年重庆市干旱特征值

Fig.3 Drought characteristics for Chongqing in 1958-2007

作实际干旱重现期的区间估计, 如当边缘分布的重现期为 50 年时, 重庆地区实际发生干旱的重现期在 37~74 年之间。

对于干旱, 更关心它的联合超过概率, 因此, 本文主要对联合分布重现期 T_a 进行分析。通过计算不同干旱过程的重现期知, 重庆地区 2006 年 5~12 月份干旱较为严重, 联合分布重现期 T_a 为 118 年。分析此次干旱的变化过程发现, 重庆地区 2006 年干旱开始于 5 月份, 此时的区域干旱指数值为 71.4。随后干旱指数逐渐增加, 干旱逐渐加强, 到 8 月份月干旱

指数达到最大为 261.7, 6~8 月份是这次干旱较为严重的 3 个月, 干旱强度为 481.5。据记载, 2006 年 9 月 4~5 日, 重庆境内出现大范围的降温降雨过程, 持续的高温天气结束。与记载相一致, 根据所计算的区域干旱指数知, 到 9 月份重庆的干旱程度比 8 月份明显减轻, 但由于受前期干旱的影响, 干旱持续, 11 月份干旱指数最小为 41.9 (小于 R_0 , 大于 R_1), 而 12 月份干旱又较为严重, 区域干旱指数为 161.5。2006 年干旱开始于 5 月份, 直到 12 月份干旱解除, 干旱历时 8 个月, 干旱强度为 80.1%。比较分析近 50 年的 64 次干旱可知, 除 2006 年干旱, 重庆地区在 1961 年干旱也较为严重, 干旱期为 1961 年 5 月~10 月, 干旱历时 6 个月, 干旱强度为 631.9, 联合分布的重现期 T_a 为 4215 年, 比 2006 年干旱较轻。2006 年 5~12 月份干旱是近 50 年重

重庆市最为严重的一次干旱过程, 此次干旱历时长、强度大, 给重庆经济和人民生活带来了巨大影响。重庆地区 2006 年干旱是从 1891 年有气象记录以来最严重的一次^[12]。据国家防汛抗旱总指挥部办公室 5 防汛抗旱简报统计, 2006 年重庆市因旱损失粮食 301 万 t, 旱灾造成直接经济损失 901.7 亿元, 达到 100 年一遇。

4 结 论

考虑不同干旱等级对区域干旱的影响, 提出了区域干旱指数。通过 copula 函数, 建立区域干旱历时和强度的联合分布, 并计算联合分布的重现期。以重庆市为例分析得出: 所提出的区域干旱指数不仅能够反映研究区内发生干旱的严重程度, 而且还能反映该区内不同等级干旱所影响面积的大小, 它能够较好地描述干旱的发生发展过程, 如给出重庆市 2006 年干旱的起始和结束时间, 并指出 6~8 月份为这次干旱较为严重的 3 个月; 另外, 由于区域干旱分析方法还同时把干旱的两个主要特征量干旱历时和干旱强度结合起来, 因此, 它能够更全面而真实地反映区域的干旱特征, 如计算出重庆市 2006 年干旱联合分布重现期为 118 年, 并指出该干旱是重庆市近 50 年 (1958~2007 年) 最为严重的一场干旱。

参考文献:

- [1] 谢华, 黄介生. 两变量水文频率分布模型研究述评 [J]. 水科学进展, 2008, 19(3): 44324521 (XIE Hua HUANG Jie-sheng. A review of bivariate hydrological frequency distribution [J]. Advances in Water Science, 2008, 19(3): 44324521 (in Chinese))
- [2] SHIAU JT. Fitting drought and severity with two-dimensional copulas [J]. Water Resources Management, 2006, 20(5): 79528151
- [3] SHIAU JT, SONG F, NADARAJAH S. Assessment of hydrological droughts for the yellow river, China, using copula [J]. Hydrological Processes, 2007(21): 2157221631
- [4] 闫宝伟, 郭生练, 肖义, 等. 基于两变量联合分布的干旱特征分析 [J]. 干旱区研究, 2007, 24(4): 53725421 (YAN Bao-wei GUO Sheng-lian, XIAO Yi, et al. Analysis on drought characteristics based on bivariate joint distribution [J]. Arid Zone Research, 2007, 24(4): 53725421 (in Chinese))
- [5] 闫桂霞, 陆桂华, 吴志勇. 1 基于 PDSI 和 SPI 的综合气象干旱指数研究 [J]. 水利水电技术, 2009, 40(4): 802831 (YAN Guo-xia LU Guo-hua WU Zhi-yong. The study of the integrated meteorological drought index based on PDSI and SPI [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2009, 40(4): 802831 (in Chinese))
- [6] PALMER W C. Meteorological drought [R]. Washington D C: U S Weather Bureau, 1965
- [7] MCKEE T B, DOESKEN N J, KLEIST J. The relationship of drought frequency and duration to time scales [C] // Proceeding of 8th Conference on Applied Climatology Boston: American Meteorological Society, 1993: 17921841
- [8] FLEIG A K, TALLAKSEN L M, HJSDAL H, et al. A global evaluation of stream flow drought characteristics [J]. Hydrology and Earth System Sciences, 2006, 10: 53525521
- [9] SHIAU JT, SHEN H W. Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity [J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2001, 127(1): 302401
- [10] 易丹辉. 非参数统计)) 方法与应用 [M]. 北京: 中国统计出版社, 1996 (YI Dan-hui. Nonparametric statistics: Method and application [M]. Beijing: Statistical Publishing Company of China, 1996 (in Chinese))
- [11] SHIAU JT. Return period of bivariate distributed hydrological events [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2003, 17(1/2): 422571
- [12] 彭京备, 张庆云, 布和朝鲁. 2006 年川渝地区高温干旱特征及其成因分析 [J]. 气候与环境研究, 2007, 12(3): 46424741 (PENG Jing-bei ZHANG Qing-yun BUHE Chao-lu. On the Characteristics and possible causes of a severe drought and heat wave in the Sichuan-Chongqing region in 2006 [J]. Climatic and Environmental Research, 2007, 12(3): 46424741 (in Chinese))

Regional drought analysis approach based on copula function *

LU Guizhua, YAN Guixia, WU Zhiyong, KANG Yanxia

(State Key Laboratory of Hydrology Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: A regional drought index is proposed, which can take into account sub-grid variations in drought severity as well as in drought disaster area. The Copula function is used to establish the joint distribution of drought duration and severity over a region. The return period of the joint distribution can be used to study the characteristic of historical drought events and estimate the current drought return period. The index is applied to study the 2006 drought event in Chongqing, southwest of China. The result reveals that the drought development can be adequately reconstructed using the index. The drought characteristics, such as intensity and duration, can also be well quantified by the index. The calculated return period of joint distribution for the 2006 event is 118 years, which reflects the observed reality from the drought disaster. The result demonstrates the importance of considering the sub-grid drought variations and the significance of using the joint distribution in the establishment of the index. The index can thus have the potential of representing the severity of a regional drought in a comprehensive manner.

Key words: regional drought, copula function, return period, Chongqing

征 稿 启 事

《5水科学进展》是以水为论述主题的学术期刊, 主要反映国内外在暴雨、洪水、干旱、水资源、水环境等领域中科学技术的最新成果、重要进展, 当代水平和发展趋势, 报道关于水圈研究的新事实、新概念、新理论和新方法, 交流新的科研成果、技术经验和科技动态; 她涉及与水有关的所有学科, 包括水文科学、大气科学、海洋科学、地质科学、地理科学、环境科学、水利科学和水力学、冰川学、水生态学以及法学、经济学和管理科学中与水有关的内容。

本刊热诚欢迎广大水科学工作者踊跃投稿, 尤其欢迎以下几方面的稿件:

- 1、题材较重大, 能为国家对与水有关的重大问题的决策提供科学依据的稿件;
- 2、反映水科学各分支学科重要研究成果尤其是前沿课题的稿件;
- 3、探讨水圈与地球其他圈层相互关系及水与社会发展相互关系等宏观科学问题的稿件;
- 4、报道对推动水科学发展有重要意义的新事实、新概念及新途径的稿件;
- 5、运用多学科的理论与方法探讨水科学基础理论(尤其是跨学科的生长点)与实际问题的稿件;
- 6、介绍有推广价值, 思路新颖的技术方法和经验的稿件。

5水科学进展6编辑部

* The study is financially supported by the National Key Technologies R&D Program of China during the 11th Five-year Plan Period (No. 2006BAC05B02, No. 2007BAC03A06)1