

# 基于 Godunov 格式的溃坝水流数学模型

张大伟, 程晓陶, 黄金池, 何晓燕

(中国水利水电科学研究院防洪抗旱减灾研究所, 北京 100038)

**摘要:** 为了更好地把握溃坝洪水风险, 减小因溃坝洪水而造成的人员生命和财产损失, 建立了基于 Godunov 格式的一维、二维溃坝水流耦合数学模型。一维溃坝水流模型采用 HLL 格式的有限体积法求解, 二维溃坝水流模型采用基于非结构网格的 Roe 格式离散求解, 在一维、二维模型的链接处采用重叠计算区域的方法实现一维模型和二维模型之间的水力要素信息交换。经弯道溃坝算例和断面突变溃坝算例验证, 该耦合模型具有良好的可靠性和适用性, 验证后的耦合模型为大尺度的溃坝水流数值模拟打下了基础。

**关键词:** 溃坝水流; Godunov 格式; 数学模型

**中图分类号:** TV131.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-6791(2010)02-0167-06

大坝溃决失事一直是水利工程界关注的热点问题, 而数学模型能够较好地模拟大坝溃决洪水的运动过程, 可以作为溃坝洪水风险分析的有力工具。在溃坝水流数学模型应用中, 特别是在大尺度的河谷区域进行溃坝水流数值模拟时, 一维数学模型由于其较低的计算耗时和对数据需求不高的特点而得到了广泛应用。但是一维模型计算的溃坝波, 其到达时间一般比洪水波实际到达的时间偏早<sup>[1]</sup>, 主要原因是在山区河道中, 一般存在急弯, 溃坝水流在经过这些弯道时已不具备一维特性, 流态比较复杂, 有明显的水头损失和动量损失, 一维模型不能准确的模拟该运动过程, 从而造成了计算的溃坝水流运动偏快的现象。除弯道外, 如果山区河流冲出山谷进入平原地带, 水流一般呈现明显的二维运动特性, 在这些区域一维模型也不再适用。如果整个计算区域均采用二维模型计算无疑会获得较好的计算结果, 但是二维模型计算耗时较多, 在进行溃坝洪水应急分析处理时通常不能满足要求。因此, 将一维模型和二维模型耦合起来, 可以充分利用一维模型的计算效率和二维模型的计算精度。

由于溃坝水流流态复杂, 水面梯度大, 一些经典的计算格式往往难以模拟溃坝洪水。如一维的 Preissmann 四点隐格式, 在不做修正的情况下, 不能模拟跨临界流动<sup>[2]</sup>; 二维河道水流模拟的经典计算格式 ADI 在应用到溃坝水流时会出现数值振荡现象<sup>[3]</sup>。Godunov 格式不仅适用于光滑的古典解, 同时可以适应各种具有大梯度、大变形解的情况, 能够精确地自动捕捉间断, 由于该格式这种独特的优势, 使其在溃坝水流一、二维数值计算中得到了广泛的应用<sup>[4-5]</sup>。虽然一、二维河道洪水耦合数学模型报道相对较多<sup>[6-7]</sup>, 但是将一维溃坝模型和二维溃坝模型相结合的耦合模型还少见报道。本文将采用 HLL 格式的一维溃坝水流模型与采用 Roe 格式的二维溃坝水流模型相耦合, 构建了基于 Godunov 格式的一、二维溃坝水流耦合数学模型, 并通过弯道溃坝算例和断面突变溃坝算例验证了耦合模型的精度和适用性。

## 1 数学模型的建立

### 1.1 一维溃坝水流数学模型

(1) 模型控制方程 描述天然河道一维浅水运动的控制方程向量形式如下<sup>[8-9]</sup>:

收稿日期: 2009-04-15

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体基金资助项目 (50721006); 公益性行业科研专项经费资助项目 (200701015); “十一五”国家科技支撑计划资助项目 (2008BAB29B09-3); 水利部基建前期项目“水库溃坝风险与减灾技术研究”资助

作者简介: 张大伟 (1980-), 男, 山东滕州人, 博士后, 主要从事计算水力学研究。E-mail: zhangdw@iwahr.com

$$D \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (1)$$

$$\text{其中 } D = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} Z \\ Q \end{bmatrix}, F(U) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - gAJ \end{bmatrix}$$

式中  $B$  为水面宽度;  $Z$  为水位;  $Q$  为断面流量;  $A$  为过水断面面积;  $g$  为重力加速度;  $t$  为时间变量;  $J$  为沿程阻力损失, 其表达式为  $J = (n^2 Q |Q|) / (A^2 / R^{4/3})$ ,  $R$  为水力半径,  $n$  为曼宁糙率系数。一维浅水方程的上述表达形式在工程上应用较广, 可以很好地避免由于采用不理想的底坡项离散方法平衡数值通量时所带来的水量不守恒问题<sup>[9]</sup>。

(2) 数值离散 采用中心格式的有限体积法, 把变量存在单元的中心。将式 (1) 在控制体上进行积分并运用 Gauss 定理离散后得

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{t}{x_i} D_i^{-1} (F_{i+1/2}^* - F_{i-1/2}^*) + D_i^{-1} S_i \quad (2)$$

式中  $U_i$  为第  $i$  个单元变量的平均值;  $F_{i-1/2}^*$ ,  $F_{i+1/2}^*$  分别为单元  $i$  左右两侧界面的通量值;  $x_i$  为第  $i$  个单元的边长;  $S_i$  为第  $i$  个单元源项的平均值。

对界面通量计算采用 HLL (Harten, Lax, van Leer) 格式, 详细的求解过程见文献 [5], 为了保证计算格式的流量守恒特性, 模型采用了 Ying 提出的通量替换方法<sup>[8]</sup>。在时间步上采用 Hancock 预估校正两步格式, 在空间上采用 TVD-MUSCL 数值重构格式, 以保证一维模型在时空上具有二阶精度。

## 1.2 二维溃坝水流数学模型

(1) 控制方程 二维浅水流动的控制方程的向量形式如下<sup>[10-11]</sup>:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla F = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (3)$$

$$\text{其中 } U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, F = E \bar{i} + G \bar{j}, E = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{gh^2}{2} \\ huv \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{gh^2}{2} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{bmatrix}$$

式中  $S_{ox} = -\partial Z_b / \partial x$ ,  $S_{oy} = -\partial Z_b / \partial y$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的底坡项, 其中  $Z_b$  为底高程;  $h$  为水深;  $u$  为  $x$  方向流速;  $v$  为  $y$  方向流速;  $S_{fx} = n^2 u \sqrt{u^2 + v^2} h^{-4/3}$ 、 $S_{fy} = n^2 v \sqrt{u^2 + v^2} h^{-4/3}$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的摩阻坡降, 其中  $n$  为曼宁糙率系数。方程没有考虑科氏力和风力的影响。

(2) 数值离散 对控制方程进行非结构离散, 采用中心格式的有限体积法, 把变量存在单元的中心。将式 (3) 在控制体上积分并运用 Gauss 公式, 将体积分转化为沿控制体周界的线积分。

$$U = - \frac{t}{A} \sum_{j=1}^4 (F_j^* \cdot n_j) s_j + \frac{t}{A} S dV \quad (4)$$

式中  $j$  为单元边的个数;  $s_j$  为单元各边长度;  $n_j$  为单元各边的外法向量;  $A$  为计算单元的面积;  $F_j^*$  为通过第  $j$  边的数值通量。

模型采用 Roe 格式对界面通量进行求解, 详细的 Roe 格式求解过程参见文献 [5]。底坡源项离散时采用了特征分解和迎风的处理格式, 保证了数值计算格式的和谐性<sup>[10]</sup>。

## 1.3 一维模型与二维模型的耦合

一维模型与二维模型成功耦合的关键在于保证交界面处的水力要素值相等, 本文采用重叠计算区域的方法实现了该过程, 图 1 为模型耦合示意图。由于一维模型与二维模型均采用了显格式的有限体积法, 因此在模型耦合计算时不存在时间步长的转换问题, 整个计算过程采用统一的时间步长。计算时, 一维模型首先将重叠区 A (F) 内的水力要素值赋给二维模型, 作为其边界条件, 一维断面水位值一般直接分配到二维网格内, 对于流速值的分配, 如果重叠区地形横比降较缓, 可以将一维断面流速值均匀分配到二维网格内, 而对于重叠区地形横

比降较陡的河道来说, 为提高计算精度, 应考虑各网格内水深值的不同, 按照一定的权重进行流速值的分配。水力要素值完成分配后, 一维模型和二维模型单独计算, 在计算完一个时间步长后, 二维模型将重叠区 B、C (D、E) 内的水力要素值赋给一维模型, 作为其下一时刻计算的边界值, 二维网格内的水位平均值直接赋给一维模型, 将二维网格内的流速值换算成流量值, 求和后赋给一维模型。重复上述过程, 直到计算结束。

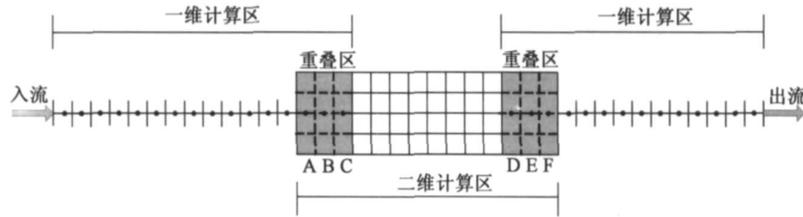


图 1 一维模型与二维模型耦合示意图

Fig. 1 Scheme of coupled 1D and 2D numerical model

## 2 耦合模型的验证

### 2.1 弯道溃坝模型试验

该试验由比利时 UCL 大学土木工程系的 Soares 等人完成<sup>[11]</sup>, 模型平面示意图如图 2 所示。上游水库的平面几何尺寸为 2.44 m × 2.39 m, 下游河道为平底矩形断面, 宽度为 0.495 m, 玻璃边壁, 其平面形状为“L”状, 河道上端长度约为 4 m, 下端约为 3 m, 河道底高程比上游库区底高程高 0.33 m, 河道的出口端为自由出流, 水库的初始水位高出河道床面 0.20 m, 试验前河道为干河床, 试验测得曼宁糙率系数为 0.011。试验时将水库闸门快速提起, 模拟坝体的瞬间全溃。在库区和河道中布置了 6 个测点, 采用水位计来自动记录水位起涨过程。

采用一维模型、二维模型和耦合模型分别对该算例进行计算, 以验证耦合模型的适应性。采用一维模型计算时将计算区域分成 97 个断面, 平均断面间距为 0.1 m。采用二维模型计算时采用 941 个四边形单元覆盖计算区域, 网格平均步长为 0.1 m。在采用耦合模型计算时, 在弯道二维水流特性比较明显的 61-80 断面处采用二维模型计算, 该段离散的二维网格单元数为 120 个, 其它区域则仍然采用一维模型进行计算, 重叠区具体位置见图 2。

3 种模型的计算水位对比如图 3 所示。总起来看, 二维计算结果和耦合模型的计算结果比较接近, 与实测水位过程符合较好, 而一维模型的计算结果则相对较差。P1 点

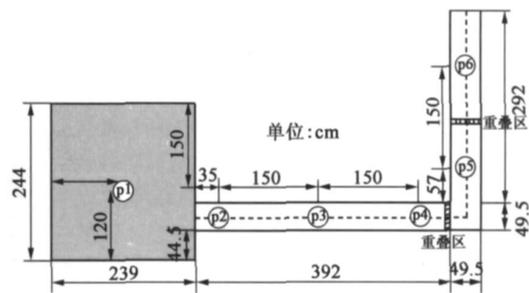


图 2 弯道溃坝试验平面示意图

Fig. 2 Plane view of the channel with a bend

位于水库库区内, 该点水位过程计算准确则表明模型准确地模拟了水库的放空过程, 也就是出流过程计算比较准确。由 P1 点的计算结果可以看出, 二维模型和耦合模型的计算结果均与实测值符合较好, 一维模型计算的 P1 点出流过程的后半部分明显偏离了实测值。这是由于当转弯处形成的向上游传播的涌波到达溃口后, 会使溃口处水位雍高, 减小出流量, 而一维模型无法模拟涌波的影响, 从而造成了该点水位变化过程的偏离。P3 和 P4 点位于弯道前的渠道内, 受到了向上游传播的涌波的影响, 二维模型和耦合模型很好地模拟了该过程, 而一维模型无法模拟出该效果, 水位过程呈单峰状态, 回落较快。P6 点位于弯道后方的渠道内, 该段水流由于弯道的调整作用, 水位变化过程相对比较平缓, 一维模型无法考虑弯道的阻水作用, 计算的水位值明显偏高, 并且计算的洪水到达时间也比实测值提前了一些。在计算时间方面, 采用 PC 机 (双核 CPU, 主频 2.40GHz, 3G 内存) 对该算例进行计算, 一维模型用时仅 2s, 而二维模型需要 127s 才能完成计算, 耦合模型所需计算时间为 6s。不难看出, 耦合模型在保证计算精度的同时还拥有较高的计算效率, 在 3 种模

型的综合性能比较中是最优的。

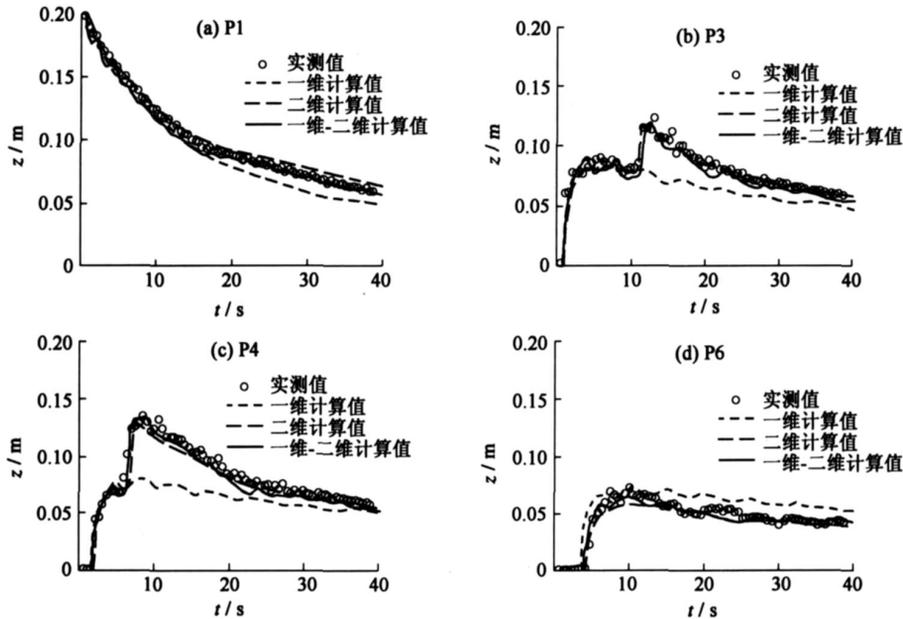


图 3 各模型计算结果与实测结果对比

Fig. 3 Comparisons between numerical and measured results

## 2.2 断面突然扩大的溃坝模型试验

该试验是由葡萄牙的 IST 试验室完成<sup>[12]</sup>，试验所用的水槽为平底矩形水槽，长 19.3 m，上部宽度为 0.5 m，在 12.55 m 处，水槽的断面宽度突变为 2.3 m，其平面示意图如图 4 所示。水库大坝位于上游 6.1 m 处，水库的初始水位为 0.504 m，大坝为瞬时溃决，河床初始水深为 0 m，水槽的糙率为 0.01，水槽的下游边界为自由出流边界。在水槽的不同位置布置有 6 个水位观测点，具体位置如图 4 所示。

采用 5 cm 的空间步长离散计算区域，对于一维模型，共离散成 386 个计算单元，对于二维模型，共离散成 8 720 个四边形单元，当采用耦合模型进行计算时，下游开阔水槽采用二维模型计算，上游河道部分则采用一维模型计算，重叠区域取在上游较窄水槽部分的最后 3 个断面处，重叠区具体位置见图 4。

图 5 为采用一维模型和二维模型计算的  $t=9$  s 时水槽下半段的水面三维分布。当水流到达断面宽阔地带后，水流呈现明显的二维运动特性，溃坝波的前端以弧线形式向前推进。二维模型的计算结果与试验观测的现象基本一致，符合较好；耦合模型的计算结果与二维模型基本一致；而一维模型溃坝波的前端则呈一直线，并且无法模拟出溃坝波遇到水槽边壁后的反射效果。

图 6 为各模型的计算水位与实测水位的对比图。总体上看，二维模型计算结果最好，耦合模型的计算结果与其比较接近，而一维模型的计算结果最差，除 S6 点外，其余各点二维模型及耦合模型计算值与实测值总体趋势符合较好。二维模型和耦合模型计算的 S6 点的水位过程线的末端由于溃坝波的反射作用，水位值在 8.5 s 左右已经被雍高抬起，据试验观测，S6 点水位值约在 10 s 左右时才被抬高。分析认为，当溃坝波到达水槽末端碰到边壁反射后，导致水槽右侧的水面迅速雍高，与左侧较低的水面形成明显的锋面，如图 5 (b) 所示。此处水流的紊动效果明显，而二维数学模型由于本身的局限性不能很好地模拟此处的水流运动，

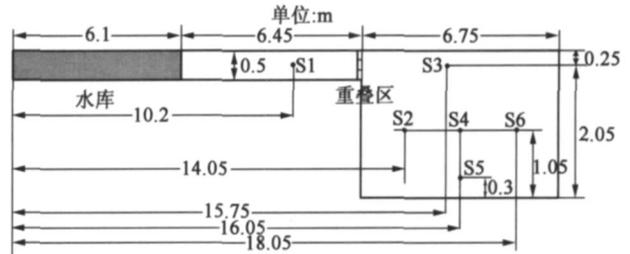


图 4 断面突变溃坝试验平面示意图

Fig. 4 Plane view of channel with a sudden enlargement

使得计算锋面向左侧推进的速度偏快, 造成 S6 点的水位被提前雍高。

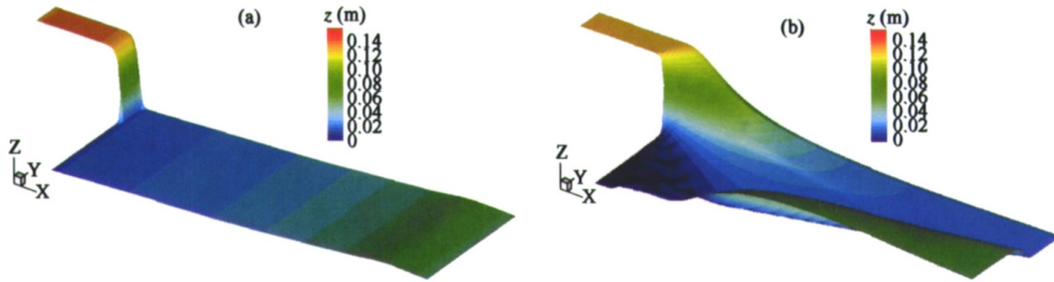


图 5  $t=9\text{ s}$  时三维水面 (a) 一维模型计算结果和 (b) 二维模型计算结果

Fig. 5 3D water surface at  $t=9\text{ s}$  (a) computed with 1D model and (b) computed with 2D model

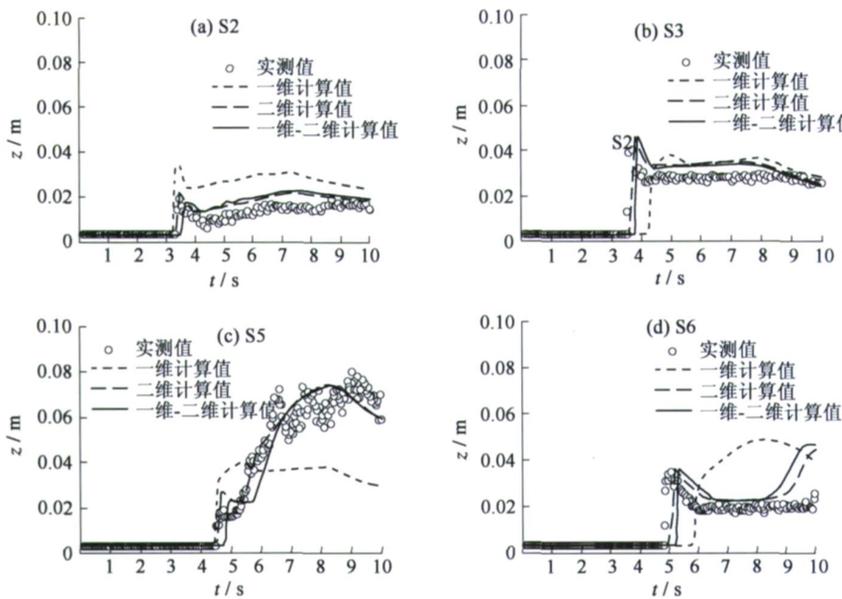


图 6 各模型计算结果与实测结果对比

Fig. 6 Comparisons between numerical and measured results

### 3 结 论

在溃坝水流数值模拟时, 由于水流的复杂性以及空间尺度的多样性, 采用单一维数的数学模型难以描述复杂的水流特征。为此, 针对溃坝水流的特点, 本文将基于 Godunov 格式的一维溃坝模型和二维溃坝模型通过重叠计算区域的方法耦合起来, 一维模型和二维模型在重叠区内进行水力要素的信息交换。经弯道溃坝试验和断面突变溃坝试验验证, 耦合模型的计算结果与实测数据以及二维模型的计算结果比较接近, 远好于一维模型的计算结果。该模型应用于天然尺度下的溃坝水流数值模拟时, 可以很好地发挥一维模型的效率和二维模型的精确性, 因而将具有更加广泛的适用性。该耦合模型可以作为溃坝洪水风险分析的有力工具, 为防洪决策者提供有价值的信息。

#### 参考文献:

[1] SOARES F S, LAU M W, ZECH Y. Transient flows in natural valleys computed on topography-adapted mesh[C]//Proceedings of Finite Volumes for Complex Applications . Paris: Hermes, 1999: 403-410.

- [2] MESELHE E A, HOLLY F M. Invalidity of Preissmann scheme for transcritical flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1997, 123(7): 652-655.
- [3] LANG D F, FALCONER R A, L N B L. Comparison between Tvd-MacCormack and ADI-type solvers of the shallow water equations [J]. Advances in Water Resources, 2006, 29(12): 1833-1845.
- [4] 史宏达, 刘臻. 溃坝水流数值模拟研究进展 [J]. 水科学进展, 2006, 17(1): 129-135. (SHI Hong-da, LU Zhen. Review and progress of research in numerical simulation of dam-break water flow [J]. Advances in Water Science, 2006, 17(1): 129-135. (in Chinese))
- [5] TORO F E. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [6] 徐祖信, 尹海龙. 平原感潮河网地区一维、二维水动力耦合模型研究 [J]. 水动力学研究与进展, 2004, 16(6): 744-752. (XU Zu-xin, YIN Hai-long. Development of coupled one dimensional and two-dimensional hydrodynamic model for tidal rivers [J]. Journal of Hydrodynamics, 2004, 16(6): 744-752. (in Chinese))
- [7] L N B, WICKS J M, FALCONER R A, et al. Integrating 1D and 2D hydrodynamic models for flood simulation [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Water Management, 2006, 159(1): 19-25.
- [8] YANG X Y, WANG S S Y. Improved implementation of the HLL approximate Riemann solver for one-dimensional open channel flows [J]. Journal of Hydraulic Research, 2008, 46(1): 21-34.
- [9] BRUN G, HERARD J M, JEANDEL D, et al. An approximate Riemann solver for second moment closures [J]. Journal of Computational Physics, 1999, 151(2): 990-996.
- [10] 王志力, 耿艳芬, 金生. 具有复杂计算域和地形的二维浅水流动数值模拟 [J]. 水利学报, 2005, 36(4): 439-444. (WANG Zhi-li, GENG Yan-fen, JIN Sheng. Numerical modeling of 2D shallow water flow with complicated geometry and topography [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(4): 439-444. (in Chinese))
- [11] SOARES F S, ZECH Y. Dam break in channels with 90° bend [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(11): 956-968.
- [12] FRANCO A B. Computational and experimental modeling of flow due to dam-break events [D]. Lisbon: Technical University of Lisbon, 1996.

## Numerical model for dam-break flow based on Godunov method \*

ZHANG Da-wei, CHENG Xiao-tao, HUANG Jin-chi, HE Xiao-yan

(Department of Water Hazard Research, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

**Abstract:** In order to better understand the risk of dam-break flooding and to reduce the potential of life and property losses, a Godunov-type coupled numerical model based on one dimensional (1-D) and two dimensional (2-D) modules is developed to simulate different dam-break flows. The Harten-Lax-van Leer (HLL) scheme is used in the 1-D module; while, the Roe's method is adopted in the 2-D module for unstructured meshes. The 1-D and 2-D modules are coupled using an overlapping-region method for exchanging the key hydraulic information. The model is tested with two experimental cases of dam-break flow in the curved channel and in the straight channel with sudden enlargement. Results show that the coupled numerical model is able to simulate the dam-break flow of the two cases with good reliability and applicability. The model has the potential for practical applications in simulating large scale dam-break floods.

**Key words:** dam-break flow; Godunov-type method; numerical model

\* The study is financially supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 50721006).