

具有守恒特性的二维溃坝洪水演进数值模型

吴钢锋¹, 贺治国², 刘国华¹

(1. 浙江大学水工结构与水环境研究所, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学海洋科学与工程学系, 浙江 杭州 310058)

摘要: 基于结构网格, 采用有限体积法建立了二维水动力学模型, 模拟溃坝洪水在复杂实际地形条件下的流动过程。该模型采用中心迎风格式求解界面通量, 并结合对界面变量的线性重构, 使其具有空间上的二阶精度。分别采用中心差分方法和半隐式方法对底床坡度项和摩擦阻力项进行离散, 保证了模型的和谐性和稳定性。对于复杂地形条件下溃坝洪水的模拟, 负水深的产生是影响模型稳定的关键因素。当库朗特数小于 0.25 时, 模型能够保证任何时刻的计算水深都是非负的, 而无需对负水深单元进行特殊处理。因此, 相比于现有的大部分溃坝洪水模型, 该模型具有更强的鲁棒性和稳定性。

关键词: 溃坝; 结构网格; 二维浅水方程; 有限体积法; 中心迎风格式; 数值和谐性

中图分类号: TV131.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-6791(2013)05-0683-09

对于溃坝洪水的演进模拟, 一般采用具有守恒形式的二维浅水方程进行描述^[1-4]。一个好的溃坝洪水模型通常具有以下 3 个特点: ① 能够保证模型的数值和谐性, 即保持流速为 0, 水位为常数的恒定状态; ② 能够始终保持计算水深是非负的; ③ 能够准确模拟洪水在复杂地形条件下的干湿变化现象。近年来, 国内外很多学者对溃坝洪水的数值模拟进行了研究, 并取得了很大的进展。Ying 等^[5-6]采用了迎风格式分别建立了一阶精度的一维和二维浅水模型用于模拟溃坝洪水的演进; Wang 等^[4]采用 Godunov 格式建立了时空都具有二级精度的溃坝洪水模型; 夏军强等^[7]采用 Roe 格式建立了基于非结构网格的溃坝洪水模型, 并研究了最小水深对于洪水演进的影响。然而, 对于复杂地形条件下的溃坝洪水演进计算, 现有的大部分溃坝洪水模型在干湿边界处都会产生负水深, 必须采用相应的方法处理负水深来保证模型的稳定性。目前对于负水深的处理主要有两种方法: ① 直接将产生负水深单元的水深和流速置 0, 这种方法比较简单、方便, 但无法保证总体水量的守恒; ② 通过对产生负水深单元进行水量重新分配来保证总体水量的守恒和模型的稳定。这种处理负水深的方法一方面给编制程序带来很大的困难和不便, 另一方面, 打破了负水深单元附近局部区域动量方程的守恒特性。

本文采用结构网格, 建立了模拟实际地形上溃坝洪水流动的二维有限体积模型, 并采用有效的数值离散格式, 以保证在整个计算过程中计算水深是非负的。该模型既能够保证数值格式的和谐性, 又能够保证任何时刻的计算水深都是非负的, 具有很好的稳定性和准确性。

1 二维浅水控制方程

对于溃坝洪水演进的模拟, 通常采用具有守恒形式的二维浅水方程进行描述, 其形式如下:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1)$$

收稿日期: 2012-11-19; 网络出版时间: 2013-08-14

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/32.1309.P.20130814.1037.019.html>

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2013CB035900); 国家自然科学基金资助项目(51009120)

作者简介: 吴钢锋(1988-), 男, 浙江东阳人, 博士研究生, 主要从事计算水动力学方面研究。

E-mail: zjdxwgf@126.com

通信作者: 刘国华, E-mail: zjuliugh@zju.edu.cn

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \eta \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} hu \\ hu u + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - S_{fx} \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} - S_{fy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 t 为时间; x 、 y 分别为水平横向坐标和纵向坐标; $\mathbf{q}$ 为守恒变量; $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{g}$ 分别为 x 、 y 方向的通量; $\mathbf{S}$ 为源项; u 、 v 分别为 x 、 y 方向的流速; g 为重力加速度; h 为水深; η 为水位; z_b 为底床高程; $\partial z_b / \partial x$ 和 $\partial z_b / \partial y$ 为底床坡度; S_{fx} 和 S_{fy} 为底床摩擦项, 可以分别表示为

$$S_{fx} = \frac{gu}{h^{\frac{1}{3}}} \sqrt{u^2 + v^2} n^2, \quad S_{fy} = \frac{gv}{h^{\frac{1}{3}}} \sqrt{u^2 + v^2} n^2 \quad (3)$$

式中 n 为曼宁系数。

2 数值计算方法

2.1 控制方程的离散

本文基于结构网格(图 1), 采用有限体积法对控制方程进行离散, 时间上采用了一阶精度的欧拉法, 则控制方程(1)被离散为

$$\mathbf{q}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{q}_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{f}_{i+1/2,j} - \mathbf{f}_{i-1/2,j}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{g}_{i,j+1/2} - \mathbf{g}_{i,j-1/2}) + \Delta t \mathbf{S}_{i,j} \quad (4)$$

式中 上标 k 为时间步; 下标 i 、 j 为单元的序号; Δt 为时间步长; Δx 、 Δy 分别为网格 x 、 y 方向的尺寸; $\mathbf{f}_{i-1/2,j}$ 和 $\mathbf{f}_{i+1/2,j}$ 分别为网格交接面 $(i-1/2, j)$ 和 $(i+1/2, j)$ 的通量; $\mathbf{g}_{i,j+1/2}$ 和 $\mathbf{g}_{i,j-1/2}$ 分别为网格交接面 $(i, j+1/2)$ 和 $(i, j-1/2)$ 的通量; $\mathbf{S}_{i,j}$ 为单元 (i, j) 在单元中心的源项。

2.2 界面变量的线性重构和干湿处理

为了保证模型的和谐性和空间上的二阶精度, 本文采用了线性重构技术^[8], 采用该方法能够有效处理洪水在复杂地形条件下的干湿变化问题, 具体过程如下:

首先对相应界面的黎曼变量进行线性重构, 以单元界面 $(i+1/2, j)$ 为例, 则界面 $(i+1/2, j)$ 左边黎曼变量为

$$\begin{aligned} \bar{q}_{i+1/2,j}^L &= q_{i,j} + \frac{\varphi_{i,j}}{2} (q_{i,j} - q_{i-1,j}) \\ \bar{h}_{i+1/2,j}^L &= h_{i,j} + \frac{\varphi_{i,j}}{2} (h_{i,j} - h_{i-1,j}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中 上标 L 表示界面的左边; $\varphi_{i,j}$ 为单元 (i, j) 对应的坡度限制函数。为了保证模型的稳定性, 本文采用了 minmod 限制器^[9]。

因此, 界面 $(i+1/2, j)$ 左边的底床高程为

$$(\bar{z}_b)_{i+1/2,j}^L = \bar{\eta}_{i+1/2,j}^L - \bar{h}_{i+1/2,j}^L \quad (6)$$

对应界面上的左边流速可以采用下式进行计算:

$$u_{i+1/2,j}^L = \frac{(\bar{hu})_{i+1/2,j}^L}{(\bar{h})_{i+1/2,j}^L}, \quad v_{i+1/2,j}^L = \frac{(\bar{hv})_{i+1/2,j}^L}{(\bar{h})_{i+1/2,j}^L} \quad (7)$$

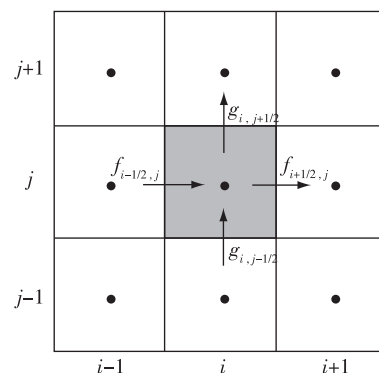


图 1 控制单元和计算网格示意

Fig. 1 Sketch of control volume and structure grids

当重构水深 $(\bar{h})_{i+1/2,j}^L < 10^{-6} \text{ m}$ 时, 对应界面上的流速直接定义为 0, 而不需采用上式进行计算。采用同样的方法可以得到界面 $(i+1/2, j)$ 右边变量 $\bar{q}_{i+1/2,j}^R$, $\bar{h}_{i+1/2,j}^R$, $(\bar{z}_b)_{i+1/2,j}^R$, $u_{i+1/2,j}^R$ 以及 $v_{i+1/2,j}^R$ 相应的值。

界面 $(i+1/2, j)$ 的底床高程则定义为

$$(z_b)_{i+1/2,j} = \max\{(\bar{z}_b)_{i+1/2,j}^L, (\bar{z}_b)_{i+1/2,j}^R\} \quad (8)$$

因此, 界面 $(i+1/2, j)$ 左边黎曼变量需要重新定义为

$$\begin{aligned} h_{i+1/2,j}^L &= \max\{0, \bar{\eta}_{i+1/2,j}^L - (z_b)_{i+1/2,j}\} & \eta_{i+1/2,j}^L &= h_{i+1/2,j}^L + (z_b)_{i+1/2,j} \\ (hu)_{i+1/2,j}^L &= h_{i+1/2,j}^L u_{i+1/2,j}^L & (hv)_{i+1/2,j}^L &= h_{i+1/2,j}^L v_{i+1/2,j}^L \end{aligned} \quad (9)$$

采用同样的方法, 重新定义界面 $(i+1/2, j)$ 右边黎曼变量。很明显, 采用上述重构方法能够保证重构得到的单元界面两侧水深始终为非负值。

对于湿河床问题该重构方法能够保证模型的守恒性, 但对于具有干湿边界的问题需要采用 Liang^[8] 提出的局部改变河床高程的方法来保证模型的守恒性。如图 2 所示, 单元 $(i+1, j)$ 和 (i, j) 分别为干、湿单元, 干单元 $(i+1, j)$ 的地形高程大于湿单元 (i, j) 的水位。假设初始时刻的流速为 0, 水位为常数, 即在湿单元处 $u \equiv 0, v \equiv 0$ 以及 $\eta \equiv$

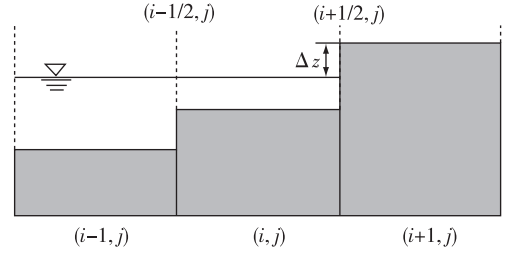


图2 干河床问题的局部河床高程改变

Fig. 2 Local bed modification for dry-bed application

常数, 采用前面所述的重构方法后, 单元界面 $(i+1/2, j)$ 所对应的黎曼变量分别为

$$(z_b)_{i+1/2,j} = (\bar{z}_b)_{i+1/2,j}^R, \quad h_{i+1/2,j}^L = h_{i+1/2,j}^R = 0, \quad \eta_{i+1/2,j}^L = \eta_{i+1/2,j}^R = (z_b)_{i+1/2,j} \quad (10)$$

因此, 单元界面 $(i+1/2, j)$ 处通量计算采用的是地形高程 $(z_b)_{i+1/2,j}$ 而不是湿单元 (i, j) 的实际水位 η , 而单元界面 $(i-1/2, j)$ 处通量计算采用的是单元 (i, j) 的实际水位 η , 从而导致在计算过程中会有净通量进入到单元 (i, j) , 使得单元 (i, j) 中产生违反实际的流速, 破坏了模型的守恒特性。因此, 可以采用局部改变河床高程的方法来保证模型的守恒特性。如图 2 所示, 界面 $(i+1/2, j)$ 的地形高程和单元 (i, j) 的水位差值可以采用下式计算:

$$\Delta z = \max\{0, (z_b)_{i+1/2,j} - \eta_{i+1/2,j}^L, (z_b)_{i+1/2,j} - \eta_{i+1/2,j}^R\} \quad (11)$$

单元界面 $(i+1/2, j)$ 处的地形高程与两侧的重构水位分别减去 Δz , 即

$$(z_b)_{i+1/2,j} \leftarrow (z_b)_{i+1/2,j} - \Delta z, \quad (\eta)_{i+1/2,j}^L \leftarrow (\eta)_{i+1/2,j}^L - \Delta z, \quad (\eta)_{i+1/2,j}^R \leftarrow (\eta)_{i+1/2,j}^R - \Delta z \quad (12)$$

则单元界面 $(i+1/2, j)$ 处的地形高程与两侧的重构水位为 $(z_b)_{i+1/2,j} = (\eta)_{i+1/2,j}^L = (\eta)_{i+1/2,j}^R = \eta$, 使得在计算过程中不会有净通量进入单元 (i, j) , 从而保证了该模型在模拟具有干湿边界问题时的守恒特性。

2.3 中心迎风格式计算通量

重构好单元界面两边的黎曼变量后, 采用中心迎风格式^[10]对界面通量进行计算:

$$f_{i+1/2,j} = \frac{a_{i+1/2,j}^+ f(q_{i+1/2,j}^L, (z_b)_{i+1/2,j}) - a_{i+1/2,j}^- f(q_{i+1/2,j}^R, (z_b)_{i+1/2,j})}{a_{i+1/2,j}^+ - a_{i+1/2,j}^-} + \frac{a_{iH/2,j}^+ a_{i+1/2,j}^-}{a_{i+1/2,j}^+ - a_{i+1/2,j}^-} (q_{i+1/2,j}^R - q_{i+1/2,j}^L) \quad (13)$$

$$g_{i,j+1/2} = \frac{b_{i,j+1/2}^+ f(q_{i,j+1/2}^L, (z_b)_{i,j+1/2}) - b_{i,j+1/2}^- f(q_{i,j+1/2}^R, (z_b)_{i,j+1/2})}{b_{i,j+1/2}^+ - b_{i,j+1/2}^-} + \frac{b_{i,j+1/2}^+ b_{i,j+1/2}^-}{b_{i,j+1/2}^+ - b_{i,j+1/2}^-} (q_{i,j+1/2}^R - q_{i,j+1/2}^L) \quad (14)$$

式中 $a_{i+1/2,j}^+$ 、 $a_{i+1/2,j}^-$ 、 $b_{i,j+1/2}^+$ 和 $b_{i,j+1/2}^-$ 表示单方向局部波的传播速度, 分别可以采用下式进行计算:

$$a_{i+1/2,j}^+ = \max\{u_{i+1/2,j}^R + \sqrt{gh_{i+1/2,j}^R}, u_{i+1/2,j}^L + \sqrt{gh_{i+1/2,j}^L}, 0\} \quad (15)$$

$$a_{i+1/2,j}^- = \min\{u_{i+1/2,j}^R - \sqrt{gh_{i+1/2,j}^R}, u_{i+1/2,j}^L - \sqrt{gh_{i+1/2,j}^L}, 0\} \quad (16)$$

$$b_{i,j+1/2}^+ = \max\{v_{i,j+1/2}^R + \sqrt{gh_{i,j+1/2}^R}, v_{i,j+1/2}^L + \sqrt{gh_{i,j+1/2}^L}, 0\} \quad (17)$$

$$b_{i,j+1/2}^- = \min\{v_{i,j+1/2}^R - \sqrt{gh_{i,j+1/2}^R}, v_{i,j+1/2}^L - \sqrt{gh_{i,j+1/2}^L}, 0\} \quad (18)$$

2.4 源项处理

源项主要包括底床坡度项和摩擦阻力项。对于底床坡度项, 采用中心差分方法进行离散, 因此, 底床坡

度项可以离散为

$$g(\eta - z_b) \frac{\partial z_b}{\partial x} = g \frac{(z_b)_{i+1/2,j} - (z_b)_{i-1/2,j}}{\Delta x} \cdot \frac{h_{i+1/2,j}^L + h_{i-1/2,j}^R}{2} \quad (19)$$

$$g(\eta - z_b) \frac{\partial z_b}{\partial y} = g \frac{(z_b)_{i,j+1/2} - (z_b)_{i,j-1/2}}{\Delta y} \cdot \frac{h_{i,j+1/2}^L + h_{i,j-1/2}^R}{2} \quad (20)$$

对于摩擦阻力项的处理,一般显式处理会导致模型的不稳定,尤其当水深很小时^[11]。因此,本文采用了半隐式的方法^[7]进行离散,因此,摩擦阻力项可以离散为

$$S_{fx} = \frac{gu \sqrt{u^2 + v^2} n^2}{h^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{g \sqrt{u^2 + v^2} n^2}{h^{\frac{4}{3}}} \right)^k (hu)^{k+1} \quad (21)$$

$$S_{fy} = \frac{gv \sqrt{u^2 + v^2} n^2}{h^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{g \sqrt{u^2 + v^2} n^2}{h^{\frac{4}{3}}} \right)^k (hv)^{k+1} \quad (22)$$

式中 k 代表某一时间层。将式(21)和式(22)代入式(4),就可以求解该时段末的状态变量 $(hu)^{k+1}$ 和 $(hv)^{k+1}$ 。

2.5 稳定条件

由于采用显式格式对浅水方程进行求解,因此计算所采用的时间步长必须满足 Courant-Friendrichs-Lewy (CFL)限制条件。Kurganov 和 Petrova^[10]已经证明当单元界面两侧的重构水深非负时,采用中心迎风格式只需满足库朗特数小于 0.25 就能保证在任何时刻计算水深都是非负值以及模型是稳定的。尽管 Kurganov 和 Petrova^[10]给出的 CFL 条件并没有考虑底床摩阻力的影响,但是对于有阻力的情况依然适用。因此,对于相应的网格尺寸,所采用的时间步长必须满足

$$N_{\text{cfl}} = \max_{i,j} \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta x} (|u| + \sqrt{gh}), \frac{\Delta t}{\Delta y} (|v| + \sqrt{gh}) \right\} \leq 0.25 \quad (23)$$

本文所有的算例,库朗特数都定为 0.15。

3 模型的验证和应用

本文采用建立的数值模型分别对 4 个算例进行计算,以分析模型的准确性和稳定性。在本文所有的算例中,重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,水的密度 $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ 。

3.1 复杂地形下的静水算例

本算例主要用来验证模型在非平坦地形下的数值和谐性。假设一个光滑的矩形水槽,长宽均为 8 000 m,四周为固壁。槽底的地形高程定义如下^[12]:

$$z_b(x, y) = \max\{0, z_{b1}, z_{b2}\} \quad (24)$$

式中 z_{b1} 和 z_{b2} 分别定义如下:

$$z_{b1} = 2\,000 - 0.000\,32[(x - 3\,000)^2 + (y - 5\,000)^2] \quad (25)$$

$$z_{b2} = 900 - 0.000\,144[(x - 5\,000)^2 + (y - 3\,000)^2] \quad (26)$$

水槽内初始水位为 1 000 m,因此,水槽中的峰丘有一部分露出水面。采用 100×100 个矩形网格对计算区域进行剖分,时间步长采用自适应时间步长,总模拟时间为 5 000 s。图 3 为 5 000 s 时水槽内的水面情况,图 4 分别给出了 5 000 s 时水位和单宽流量在截面 $y = 4\,000 \text{ m}$ 上的分布情况。由图 4 可知,经过 5 000 s 后,模型的计算水位未发生变化,流速也始终保持为 0,即保持在初始时刻的静水情况。因此,上述结果表明该模型能够有效地保证底坡源项与界面通量的平衡,即模型满足数值和谐性。

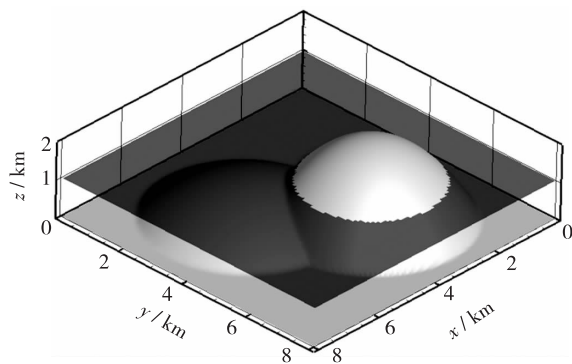
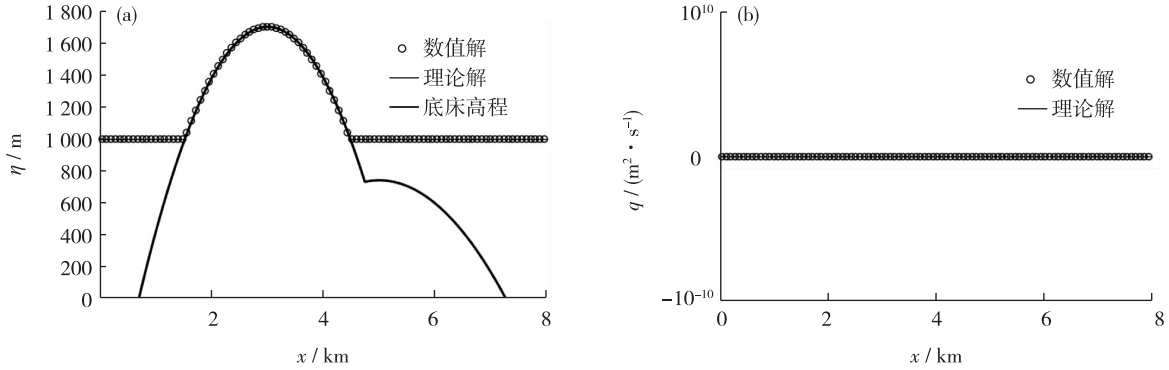


图 3 5 000 s 时水槽内的三维水面情况
Fig. 3 3-D water surface at $t = 5\,000 \text{ s}$

图4 5 000 s时 $y=4\,000$ m处水位和单宽流量分布Fig. 4 Water surface elevation and unit discharge along line $y=4\,000$ m at $t=5\,000$ s

3.2 抛物线形容器内水位的振荡模拟

本算例最早由 Thacker^[13] 提出并推导了理论解,主要是用来验证模型能否准确预测复杂地形条件下干湿边界。假定一个长宽均为 20 000 m 的光滑抛物线形容器,容器的形状定义如下:

$$z_b(x, y) = \frac{10}{8\,025.5^2}(x^2 + y^2) \quad -10\,000 \leq x, y \leq 10\,000 \quad (27)$$

初始条件下,该容器内的水流流速 $u=0$ m/s, $v=1.4$ m/s。初始水深为

$$h(x, y) = \max\left\{0, \frac{1}{8\,025.5}(2x - 802.55) + 10 - z_b(x, y)\right\} \quad (28)$$

采用 200×200 个矩形网格对计算区域进行剖分,时间步长采用自适应时间步长,计算时间为 10 800 s,容器的四周采用开边界。图 5 为不同时刻断面 $y=0$ 处的水位线。由图 5 可知,数值解和理论解吻合很好。图 6 为水深分别在点 $(-5\,450, 0)$ 、 $(5\,550, 0)$ 、 $(-7\,850, 0)$ 和 $(7\,950, 0)$ 随时间的变化情况。由图 6 可知,由于容器内不存在摩擦,各点的水深随时间呈周期性变化,模型的计算值和理论解吻合很好。因此,该模型能够准确模拟水流在光滑复杂地形条件下的干湿变化现象。

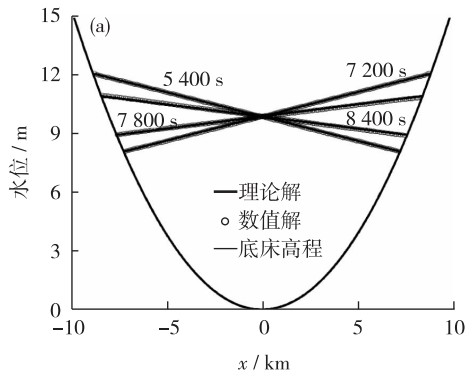
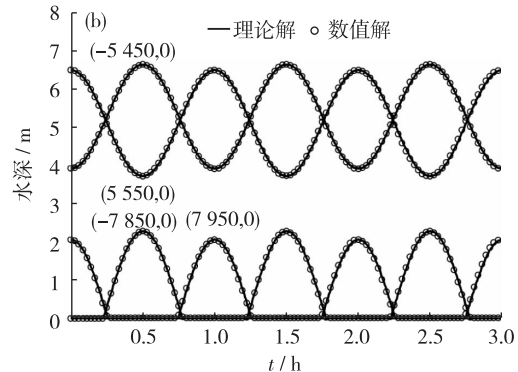
图5 各个时刻断面 $y=0$ m 处的水位线Fig. 5 Water surface elevation along $y=0$ at different output time

图6 各点水深随时间的变化曲线

Fig. 6 Water depth at different points change with the time

3.3 过驼峰的溃坝波传播问题

为了进一步验证带摩擦底床条件下,模型处理干湿动边界的有效性,选取了底床带驼峰的瞬时溃坝问题^[9,14]。假设一个长度和宽度分别为 75 m 和 30 m 的水槽,四周为固壁。水槽的地形高程定义如下:

$$z_b(x, y) = \max\left\{0, 1 - 0.125 \sqrt{(x-30)^2 + (y-6)^2}, 1 - 0.125 \sqrt{(x-30)^2 + (y-24)^2}, 3 - 0.3 \sqrt{(x-47.5)^2 + (y-15)^2}\right\} \quad (29)$$

大坝位于 $x = 16 \text{ m}$ 处, 初始时刻上游水库内的水深为 1.875 m , 下游为干河床。图 7(a) 为整个计算区域的地形图以及初始时刻水深的分布情况。整个区域的糙率取 $0.018 \text{ s/m}^{1/3}$ 。采用 150×60 个矩形网格对计算区域进行剖分, 时间步长采用自适应时间步长, 总模拟时间为 300 s 。图 7(b) ~ 图 7(f) 分别给出了在不同时刻的水位分布图。 $t = 0 \text{ s}$ 时, 大坝被瞬时移除, 水流开始向下游流动。 $t = 2 \text{ s}$ 时, 水流到达前面两个低驼峰, 并开始产生向上游的反射波。 $t = 12 \text{ s}$ 时, 水流越过前面两个低驼峰, 到达后面的高驼峰, 并绕过高驼峰由两侧向下游流动。与此同时, 由于高驼峰的阻水作用, 高驼峰的正前方水流聚集, 并产生向上游的反射波。 $t = 300 \text{ s}$ 时, 由于溃坝波之间、溃坝波与墙边界、溃坝波与地形的相互作用以及底床摩擦的作用, 水槽内的水流趋于静止。本文模拟结果符合水流运动的物理规律, 并和 Liang 和 Borthwick^[9] 以及宋利祥等^[14] 的模拟结果相近。因此, 本模型能有效模拟水流在带摩擦复杂地形条件下干湿变化过程。

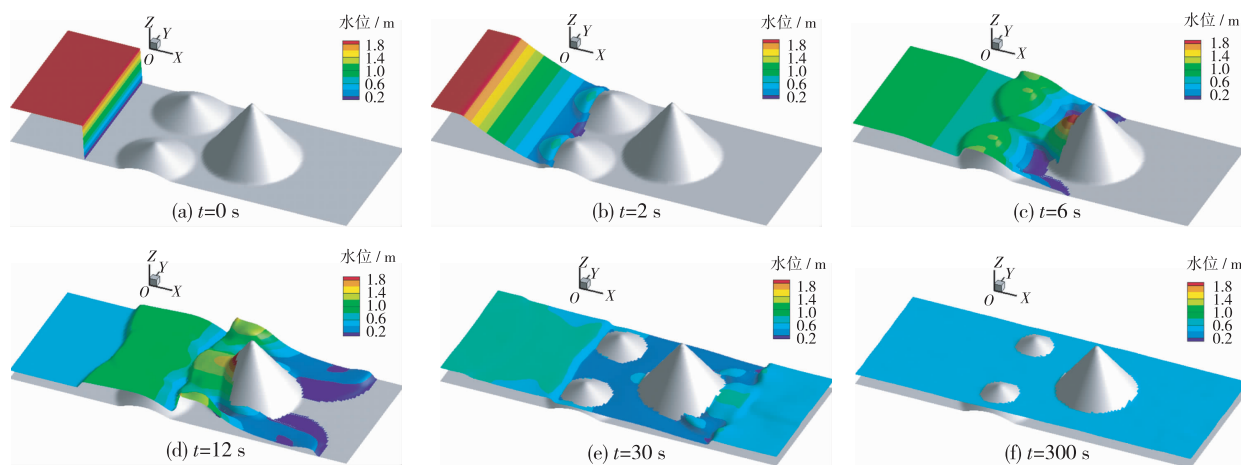


图 7 计算区域的地形图以及各个时刻的水深水水位分布

Fig. 7 Bed elevation of computational domain and water surface elevation distribution at different time

3.4 实例应用

为了验证本模型能否模拟实际地形下溃坝洪水的运动, 本文选取了浙江省某水坝, 假设其在极端条件下发生了瞬时溃坝。该水坝的坝顶高程为 113.8 m , 最大坝高为 78.8 m , 坝长为 308.0 m , 整个流域面积为 247 km^2 。流域的地形图、水坝位置以及下游测点的位置参见图 8(a)。本文采用 462×349 个矩形网格 ($\Delta x = \Delta y = 40 \text{ m}$) 对计算区域进行剖分。水库内的初始水位为 112.85 m , 下游为干河床, 所有区域的曼宁系数取为 $0.03 \text{ s/m}^{1/3}$ 。时间步长采用自适应时间步长, 总模拟时间为 2 h 。图 8(b) ~ 图 8(f) 为不同时刻的洪水淹没范围, 图 9 为测点 G1 ~ G5 处水深和流速随时间的变化曲线。

$t = 0 \text{ s}$ 时, 大坝发生溃决, 水库中水流开始向下游运动。1 min 之内, 水流到达 G1 测点, 由于测点 G1 和 G2 之间河道狭窄, 水流流速较快, 大约在 12 min 时, 水流到达 G2 测点。随后, 地形变得较为平坦, 水流流速相对较慢。在测点 G3 和 G4 之间存在一座小山丘, 对水流的运动有一定的阻挡作用, 使得测点 G3 处水流发生聚集。因此, 测点 G3 处的最大淹没水深要比测点 G2 和 G4 大。大约在 1.5 h 时, 水流到达测点 G5。在整个模型计算过程中, 未出现负水深单元, 从而始终能够保证总体水量的守恒特性而不需要对负水深单元进行特殊处理。因此, 该模型具有很强的稳定性和鲁棒性。

为了进一步评价网格大小对计算结果的影响, 本文分别采用 $40 \text{ m} \times 40 \text{ m}$, $80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$ 以及 $160 \text{ m} \times 160 \text{ m}$ 3 种不同的网格来进行敏感性分析。表 1 给出了测点 G1 ~ G4 在不同网格下洪水到达时间和最大淹没水深的对比计算结果, 由表 1 可知, 在不同大小网格条件下, 计算所得的洪水到达时间以及最大淹没水深相差比较大, 并且随着网格尺寸的变大, 相应测点计算所得的洪水到达时间逐渐变大, 最大淹没水深逐渐变小, 即在较粗网格条件下, 模型的计算结果要偏危险, 这显然对现实生活的防洪减灾是不利的。因此, 在各方面条件都允许下, 应尽量采用较精细的网格进行复杂地形条件溃坝洪水的计算。

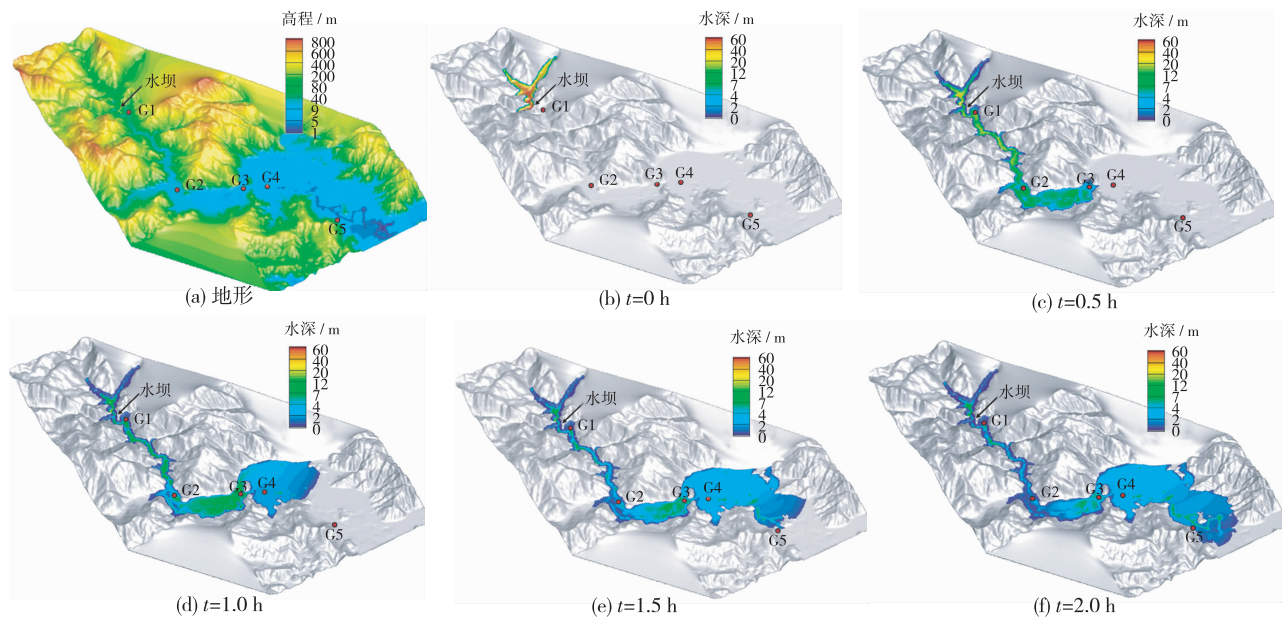


图 8 流域地形高程、水坝和观测点位置以及各个时刻的水深水位分布

Fig. 8 Bed elevation, locations of dam and gauge points and water depth distribution at different time

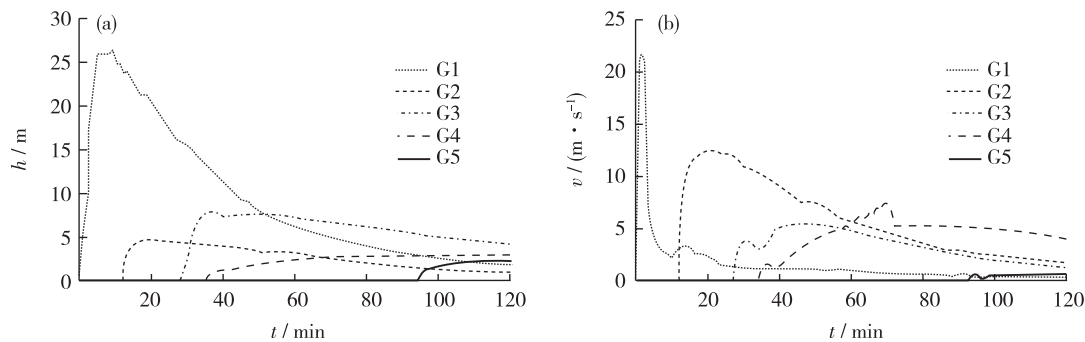


图 9 测点 G1 ~ G5 水深和流速随时间的变化曲线

Fig. 9 Water depth and velocity change with the time at guages G1 ~ G5

表 1 不同网格洪水到达时间和最大淹没水深的对比计算结果

测点	洪水到达时间/min			最大淹没水深/m		
	$\Delta x = 40\text{ m}$	$\Delta x = 80\text{ m}$	$\Delta x = 160\text{ m}$	$\Delta x = 40\text{ m}$	$\Delta x = 80\text{ m}$	$\Delta x = 160\text{ m}$
G1	< 1. 0	< 1. 0	< 1. 0	26. 118	25. 987	14. 750
G2	13. 0	18. 0	24. 0	4. 650	5. 261	3. 816
G3	28. 0	38. 0	49. 0	7. 760	7. 235	6. 575
G4	35. 0	45. 0	60. 0	3. 005	2. 647	1. 425

4 结 论

本文采用结构网格建立了模拟实际地形条件下溃坝洪水运动的二维水动力学模型。采用 4 个算例来验证模型的准确性和稳定性。

(1) 将模型用于模拟复杂地形下的静水情况, 通过长时间的计算, 计算水位保持不变, 同时也未产生流速, 表明该模型具有数值和谐性。

(2) 采用该模型用于抛物线形容器内水体的振荡模拟, 计算值和理论值吻合很好, 表明该模型能够准确模拟复杂地形下水流的干湿变化现象。

(3) 将该模型应用于溃坝洪水的演进模拟, 计算结果表明该模型能够合理地模拟溃坝洪水在复杂地形条件下的演进以及淹没过程, 具有广阔的应用前景。

参考文献:

- [1] 张大伟, 程晓陶, 黄金池, 等. 基于 Godunov 格式的溃坝水流数学模型[J]. 水科学进展, 2010, 21(2):167-172. (ZHANG Dawei, CHENG Xiaotao, HUANG Jinchi, et al. Numerical model for dam-break flow based on Godunov method[J]. Advances in Water Science, 2010, 21(2):167-172. (in Chinese))
- [2] 潘存鸿. 三角形网格下求解二维浅水方程的和谐 Godunov 格式[J]. 水科学进展, 2007, 18(2): 204-209. (PAN Cunhong. Well-balanced Godunov-type scheme for 2-D shallow water flow with triangle mesh [J]. Advances in Water Science, 2007, 18(2): 204-209. (in Chinese))
- [3] 王志力, 耿艳芬, 金生. 具有复杂计算域和地形的二维浅水流动数值模拟[J]. 水利学报, 2005, 36(4):1-9. (WANG Zhili, GENG Yanfen, JIN Sheng. Numerical modeling of 2-D shallow water flow with complicated geometry and topography [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(4):1-9. (in Chinese))
- [4] WANG Y L, LIANG Q H, KESSERWANI G, et al. A 2-D shallow flow model for practical dam-break simulations [J]. Journal of Hydraulic Research, 2011, 49(3):307-316.
- [5] YING X, KHAN A, WANG S S Y. Upwind conservative scheme for the Saint Venant equation [J]. Journal Hydraulic Engineering, 2004, 130(10):977-987.
- [6] YING X, WANG S S Y, KHAN A K. Numerical simulation of flood inundation due to dam and levee breach [C]// Proceedings of ASCE World Water and Environmental Resources Congress. Philadelphia: ASCE, 2003.
- [7] 夏军强, 王光谦, LIN Binliang, et al. 复杂边界及实际地形上溃坝洪水流动过程模拟[J]. 水科学进展, 2010, 21(3):289-298. (XIA Junqiang, WANG Guangqian, LIN Binliang, et al. Two-dimensional modeling of dam-break floods over actual terrain with complex geometries using a finite volume method [J]. Advances in Water Science, 2010, 21(3):289-298. (in Chinese))
- [8] LIANG Q H. Flood simulation using a well-balanced shallow flow model [J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 2011, 136(9):669-675.
- [9] LIANG Q H, BORTHWICK A G L. Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet-dry fronts over complex topography [J]. Computers & Fluids, 2009, 38(2):221-234.
- [10] KURGANOV A, PETROVA G. A second-order well-balanced positivity preserving central-upwind scheme for the Saint-Venant system [J]. Communications in Mathematical Sciences, 2007, 5(1):133-160.
- [11] 谭维炎. 计算浅水动力学:有限体积法的应用[M]. 北京:清华大学出版社, 1998. (TAN Weiyan. Shallow water hydrodynamics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998. (in Chinese))
- [12] HOU J M, LIANG Q H, SIMONS F, et al. A 2-D well-balanced shallow flow model for unstructured grids with novel slope source term treatment [J]. Advances in Water Resources, 2013, 52:107-131.
- [13] THACKER W C. Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equation [J]. The Journal of Fluid Mechanics, 1981, 107(1):499-508.
- [14] 宋利祥, 周建中, 王光谦, 等. 溃坝水流数值计算的非结构有限体积模型 [J]. 水科学进展, 2011, 22(3): 373-381. (SONG Lixiang, ZHOU Jianzhong, WANG Guangqian, et al. Unstructured finite volume model for numerical simulation of dam-break flow [J]. Advances in Water Science, 2011, 22(3): 373-381. (in Chinese))

A well-balanced two-dimensional numerical model for dam-break flood simulation*

WU Gangfeng¹, HE Zhiguo², LIU Guohua¹

(1. Institute of Hydraulic Structures and Water Environment, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Department of Ocean Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: A two-dimensional hydrodynamic model is developed to simulate the dam-break flood wave propagation over complex topography. A structured grid and the finite volume method are used for the model development. A central upwind scheme is used to calculate the flux at the interface of computational meshes and the linear reconstruction of flow variables is adopted to achieve the second-order accuracy in space. The bed slope source term and friction term are respectively discretized using a central difference scheme and a semi-implicit method, which can ensure a well-balanced property and the stability of the model. The negative water depth is the key factor affecting the model stability when a dam-break flood simulation is performed on irregular terrains. The new model is able to avoid negative water depths when the Courant number remains less than 0.25. Therefore, the new model is more robust and stable compared to most existing models. The numerical result shows that the model is stable and robust, and has a wide range of application potentials.

Key words: dam break; structured grids; two-dimensional shallow water equations; finite volume method; central upwind scheme; well-balanced

征 稿 启 事

《水科学进展》是以水为论述主题的学术期刊, 主要反映国内外在暴雨、洪水、干旱、水资源、水环境等领域中科学技术的最新成果、重要进展, 当代水平和发展趋势, 报道关于水圈研究的新事实、新概念、新理论和新方法, 交流新的科研成果、技术经验和科技动态; 她涉及与水有关的所有学科, 包括水文科学、大气科学、海洋科学、地质科学、地理科学、环境科学、水利科学和水力学、冰川学、水生态学以及法学、经济学和管理科学中与水有关的内容。

本刊热诚欢迎广大水科学工作者踊跃投稿, 尤其欢迎以下几方面的稿件:

- (1) 题材较重大, 能为国家对与水有关的重大问题的决策提供科学依据的稿件;
- (2) 反映水科学各分支学科重要研究成果尤其是前沿课题的稿件;
- (3) 探讨水圈与地球其他圈层相互关系及水与社会发展相互关系等宏观科学问题的稿件;
- (4) 报道对推动水科学发展有重要意义的新事实、新概念及新途径的稿件;
- (5) 运用多学科的理论与方法探讨水科学基础理论(尤其是跨学科的生长点)与实际问题的稿件;
- (6) 介绍有推广价值, 思路新颖的技术方法和经验的稿件。

《水科学进展》编辑部

* The study is financially supported by the National Basic Research Program of China (No. 2013CB035900) and the National Natural Science Foundation of China (No. 51009120).