

# 水流热扩散系数的试验研究

刘东生

郑邦民

(长江水利委员会水文局 武汉 430010) 武汉水利电力学院治河系 武昌 430072)

**提要** 在系统的明槽水流试验基础上,本文探讨了水流热扩散系数的基本规律。试验成果分析表明:纵向分散系数的适宜尺度是流速分布不均匀综合因素,并与比降和弗汝德数有关,同时给出了估算水流热纵向分散系数的公式;横向热扩散系数与化学物质扩散系数有相似的规律。笔者运用误差理论,导出了温度测量值的不确定度和纵向分散系数的不确定度估算公式。

**关键词** 热扩散系数 纵向分散 横向扩散 热污染

## 一、前 言

近年来,火电厂、核电厂大力发展,其废热的大量排放给接纳水域带来极大污染<sup>[1]</sup>。环境专家们从物理模型实验、数值模拟和现场观测等方面致力于热污染问题的研究。无论哪种研究方法对水流热扩散系数的大小及其规律的了解都是必不可少的。实际上热扩散系数是计算接纳水域温度场、评价热污染状况的重要参数之一,它的准确程度,直接关系到数值模拟成果的质量和热电厂建设工程中取排水口的设计与投资。鉴于热扩散系数在热扩散理论和实际工程应用上的重要意义,笔者运用对流扩散理论,借助前人对物质扩散系数研究的经验,从明槽水流试验着手,对水流热扩散系数进行深入的分析研究,试图找出它们与水力因素的关系,为热扩散系数的估计提供科学依据。

## 二、水流热扩散的基本规律

### (一)热扩散方程

水流中的热扩散是研究热污染的核心问题。根据热量守恒原理和流体的连续方程等,可导出二元紊流的对流扩散方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = E_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中  $T$  为温度;  $u$  为纵向( $x$ )的水流速度;  $E_z$  为横向( $z$ )热扩散系数。

考虑到热量在随流过程中有损失,设  $k$  为降热率,则具有降热的热扩散方程为

本文于1990年7月9日收到,1990年9月19日收到修改稿。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = E_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - kT \quad (2)$$

### (二) 纵向分散方程

由于横向流速分布的不均匀，剪切流中的纵向分散就随之而产生。设

$$u = \bar{u} + \hat{u} \quad (3)$$

$$T = \bar{T} + \hat{T} \quad (4)$$

式中  $\bar{u}$ 、 $\bar{T}$  分别为横向平均流速和平均温度； $\hat{u}$ 、 $\hat{T}$  分别表示点流速与平均流速之差、点温度与平均温度之差。将式(3)、(4)代入式(1)，并运用动坐标  $\xi = x - \bar{u}t$ 、 $\tau = t$  及 Taylor, G. I. [2] 的处理方法，可导出以均值表示的一维分散方程：

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} = K \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \xi^2} \quad (5)$$

式中  $K$  为纵向分散系数，它反映了断面上流速分布不均匀所产生的对流迁移和分散作用。 $K$  与  $\hat{u}$ 、 $E_s$  的关系为

$$K = -\frac{1}{B} \int_{-B/2}^{B/2} \hat{u} \frac{1}{E_s} \int_{-B/2}^{B/2} \hat{u} dz dz \quad (6)$$

式中  $B$  为水面宽度。

考虑降热，则一维带降热项的紊流分散方程为

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \xi^2} - k\bar{T} \quad (7)$$

### (三) 纵向分散系数的估算方法

对方程(7)进行积分，并利用边界条件  $\bar{T}(\pm\infty, t) = \text{常数}$ ， $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \xi}(\pm\infty, t) = 0$ ，有

$$K = \frac{\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} \xi^2 d\xi}{2 \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} d\xi} + \frac{k}{2} \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} \xi^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} d\xi} \quad (8)$$

由于

$$\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} \xi^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T} d\xi} = \sigma_T^2(t) \quad (9)$$

其中  $\sigma_T^2(t)$  为  $t$  时刻温度沿程分布的方差，Fischer, H. B. [3] 证明了如下关系：

$$\sigma_T^2(t) = \bar{U}^2 \sigma_T^2(\xi) \quad (10)$$

式中  $\sigma_T^2(\xi)$  为  $\xi$  处温度均值时间过程线的方差； $\bar{U}$  为温度峰值流动的平均速度。所以

$$K = \frac{\bar{U}^2}{2} \cdot \frac{d\sigma_T^2(\xi)}{dt} + \frac{k}{2} \bar{U}^2 \sigma_T^2(\xi) \quad (11)$$

上式右边第二项与第一项相比可忽略不计，则用差分离散格式可表示为

$$K = \frac{\bar{U}^2}{2} \cdot \frac{\sigma_T^2(\xi_2) - \sigma_T^2(\xi_1)}{t_2 - t_1} \quad (12)$$

式中  $\bar{t}_1, \bar{t}_2$  分别表示扩散云团通过两断面的平均时间。 $\sigma_t^2(\xi)$  与  $\bar{t}$  可用下式计算:

$$\sigma_t^2(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i t_i^2}{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i t_i}{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i} \right)^2 \quad (13)$$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i t_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \bar{T}_i \Delta t_i} \quad (14)$$

式中  $t_i$  为测得  $\bar{T}_i$  的时刻;  $\Delta t_i$  为两次测量间的时差;  $N$  为有效测量总次数。

式(6)和(12)均可估算纵向分散系数  $K$ 。式(6)中的横向分散系数  $E_{\perp}$ , 可先根据试验资料按式(12)计算出  $K$  值, 然后用式(6)推求  $E_{\perp}$ 。

### 三、试验成果分析

#### (一) 试验概况

本试验热水供给系统由预热箱和恒温箱两个加热水箱组成, 选用镍铬—铜热偶作为温度测量设备。测温电路的电动势由 H-P 微机数据自动控制采集系统在程序控制下自动记录。测速使用光电流速仪。根据估计纵向分散系数公式应用条件的要求, 热水投放采用瞬时投放法。

全部试验分 4 个有效流量级进行。在相同的流量级下, 调节尾门, 获得其它水力因素不同的恒定水流若干次, 分别进行试验。

#### (二) 纵向分散系数成果分析

由 H-P 数据自动控制采集系统记录的热电偶电动势, 经过温度转换、求时均过程线、求断面平均温度时间过程值等步骤后, 按式(12)、(13)、(14)进行计算, 得出纵向分散系数值。

如前所述, 纵向分散主要是由于断面流速分布不均匀所引起, 所以, 笔者认为分析纵向分散系数的变化规律, 必须与断面的流速分布不均匀性等水力因素联系起来。因此, 根据明槽横向流速分布的基本规律, 选用指数型流速分布公式, 来确定一种能说明流速分布不均匀的指标是必要的。

横向流速分布的指数型公式为

$$u(z) = u_m \left( \frac{z}{B_0} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (15)$$

式中  $B_0$  为水槽的一半宽度;  $u_m$ 、 $\beta$  为待定参数, 由试验的实测资料用最小二乘法求出。

式(15)中的  $\beta$  反映了流速分布的不均匀性, 但不能反映点流速与平均流速之差的大小程度。所以, 设

$$F_2 = \int_0^{B_0} |u(z) - \bar{u}| dz \quad (16)$$

其中 
$$\bar{u} = \frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} u(z) dz \quad (17)$$

将式(15)代入(17)后, 由式(16)可导出:

$$F_z = 2u_0 B_0 \left( \frac{1}{\beta+1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\beta}{(\beta+1)^2} \quad (18)$$

定义  $\frac{1}{\beta} F_z$  为流速分布不均匀综合因素。现将实验及有关计算成果汇总于表1。

表1 纵向分散系数计算成果表  
Table 1. Computation results of longitudinal dispersion coefficients

序号	$K$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$I$ ( $10^{-4}$ )	$Fr$	$\frac{1}{\beta}$	$F_z$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$\left( \frac{I}{Fr} \right)^{0.61} \frac{1}{\beta} F_z$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )
1	131.28	1.000	0.169	7.210	29.97	2.500
2	181.33	1.250	0.146	7.842	27.84	3.153
3	96.30	0.679	0.126	6.775	24.18	1.792
4	346.74	3.643	0.280	11.16	29.20	6.048
5	249.92	1.785	0.192	11.84	21.42	3.847
6	149.28	1.083	0.152	9.467	19.64	2.404
7	121.89	0.857	0.119	8.177	19.31	2.056
8	114.12	0.786	0.098	6.525	20.22	1.831
9	52.38	0.286	0.060	8.285	10.94	0.921
10	70.21	0.357	0.067	9.657	10.62	1.114
11	340.87	2.857	0.325	11.03	31.58	5.117
12	332.12	2.643	0.243	8.795	36.19	5.306
13	209.05	1.417	0.189	7.547	31.00	3.119
14	185.94	1.143	0.147	8.772	22.13	2.646
15	115.14	0.714	0.124	9.479	18.48	1.993
16	105.52	0.571	0.106	9.006	16.30	1.711
17	75.89	0.429	0.085	9.083	14.47	1.383
18	94.83	0.428	0.082	8.052	18.93	1.636
19	110.48	0.428	0.094	7.364	21.82	1.588
20	128.81	0.643	0.108	7.570	22.30	1.960
21	135.38	0.714	0.124	8.058	23.79	2.182
22	170.37	1.000	0.146	6.789	30.98	2.591
23	182.10	1.143	0.174	7.174	33.21	2.935
24	275.47	2.071	0.217	7.930	36.05	4.405
25	317.10	2.643	0.264	7.353	45.21	5.272

由表1可见, 纵向分散系数  $K$  与流速分布不均匀综合因素  $\frac{1}{\beta} F_z$ 、比降  $I$ 、弗汝德数  $Fr$  有较密切的关系。因此, 结合因次分析, 建立如下函数式:

$$K = f(I, Fr, \frac{1}{\beta} F_z) \quad (19)$$

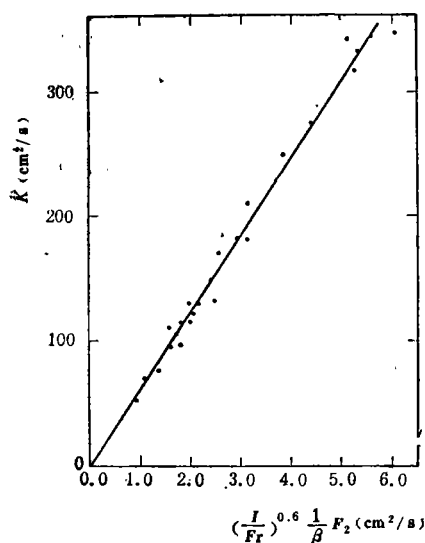


图1  $K \sim \left(\frac{I}{Fr}\right)^{0.6} \frac{1}{\beta} F_2$  关系图

Fig. 1. Relationship between  $K$  and

$$\left(\frac{I}{Fr}\right)^{0.6} \frac{1}{\beta} F_2$$

设

$$f(I, Fr, \frac{1}{\beta} F_2) = a I^b Fr^c \frac{1}{\beta} F_2 \quad (20)$$

式中  $a, b, c$  为待定参数。由表 2 中的数据可分析得出  $b = 0.6107, c = -0.5824$ 。为便于应用和计算,取  $b = 0.6, c = -0.6$ , 从而可得  $a = 61.92$ 。则

$$K = 61.92 \left(\frac{I}{Fr}\right)^{0.6} \frac{1}{\beta} F_2 \quad (21)$$

$K$  与  $\left(\frac{I}{Fr}\right)^{0.6} \frac{1}{\beta} F_2$  的关系见图 1, 其相关系数为 0.99。

计算纵向分散系数的公式(21)来自试验成果, 该式中不仅含有流速分布不均匀因素, 而且还包含两个无因次因素——比降与弗汝德数, 涉及到的水力要素比其它一些公式较为全面。试验中的弗汝德数变化范围 ( $Fr = 0.06 \sim 0.326$ ) 与大部分天然河流及湖泊的弗汝德数变化范围相似。由图 1 可见

$K$  与  $\left(\frac{I}{Fr}\right)^{0.6} \frac{1}{\beta} F_2$  呈直线关系, 加之公式中的水力

要素容易测得, 所以, 式(21)对估算天然河流及湖泊的纵向热分散系数有一定的实用价值。

### (三) 横向扩散系数成果分析

由式(6)可知:

$$E_z = -\frac{1}{BK} \int_0^B \hat{u} \int_0^z \int_0^z \hat{u} dz dz dz \quad (22)$$

并令 
$$F_1 = -\frac{1}{B} \int_0^B \hat{u} \int_0^z \int_0^z \hat{u} dz dz dz = u_m^2 B \frac{2\beta}{3(\beta+1)(\beta+3)(2\beta+3)} \quad (23)$$

现将有关计算成果列入表 2。

据表 2 作  $E_z \sim hu_*$  关系图, 见图 2。

经分析, 可得

$$E_z = 0.125 hu_* \quad (24)$$

式中  $h$  为水深,  $u_*$  为摩阻流速。

与化学物质扩散系数的研究成果[4, 5]比较, 本文所提出的公式(21)更符合纵向分散理论, 横向扩散系数及无量纲系数  $E_z/hu_*$  与前人的成果是一致的, 并填补了摩阻流速较小区内该成果的空缺, 且有所创新, 说明本试验获得的成果是正确可靠的。

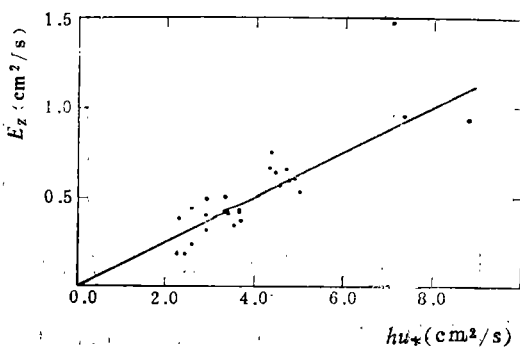


图2  $E_z \sim hu_*$  关系图

Fig. 2. Relationship between  $E_z$  and  $hu_*$

表 2 横向扩散系数计算成果表

Table 2. Calculated results of transverse diffusion coefficients

序号	$K$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$F_t$ ( $\text{cm}^4/\text{s}^2$ )	$E_z$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$h$ ( $\text{cm}$ )	$u_*$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	$hu_*$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$E_z$ $hu_*$
1	131.28	194.34	1.48	8.84	0.80	7.09	0.21
2	181.33	171.29	0.94	9.50	0.92	8.75	0.11
3	96.30	93.25	0.9	10.50	0.70	7.36	0.13
4	346.74	83.22	0.24	3.73	0.94	2.56	0.09
5	249.92	46.8	0.19	3.33	0.72	2.39	0.08
6	149.28	57.26	0.38	3.85	0.60	2.29	0.17
7	121.89	51.98	0.43	4.50	0.57	2.55	0.17
8	114.12	56.15	0.49	5.05	0.57	2.87	0.17
9	52.38	16.60	0.32	7.29	0.40	2.90	0.11
10	70.21	15.71	0.22	6.24	0.42	2.61	0.08
11	340.87	136.38	0.40	3.23	0.90	2.89	0.14
12	332.12	138.24	0.42	3.90	0.90	3.64	0.12
13	209.05	104.64	0.50	4.53	0.73	3.31	0.15
14	185.94	66.97	0.36	5.29	0.70	3.70	0.10
15	115.14	45.72	0.41	5.89	0.58	3.40	0.12
16	105.12	36.37	0.34	5.52	0.54	3.51	0.10
17	76.89	28.63	0.37	7.54	0.49	3.72	0.10
18	94.83	49.03	0.52	9.86	0.55	5.37	0.10
19	110.48	55.08	0.59	9.03	0.53	4.78	0.13
20	128.81	68.01	0.53	8.04	0.62	4.98	0.11
21	135.38	77.38	0.57	7.44	0.62	4.59	0.12
22	170.37	103.26	0.61	6.76	0.72	4.88	0.13
23	182.10	122.79	0.67	5.91	0.73	4.33	0.15
24	275.47	177.67	0.64	5.08	0.92	4.70	0.14
25	317.10	200.25	0.63	4.48	0.99	4.44	0.14

#### 四、扩散系数的不确定度分析

不确定度是表达精度的一种新方法，它被定义为一种区间，表示所求真值可望以95%的置信水平落在这个区间内。在95%置信水平下，不确定度以2倍的标准差估计。然而，这种方法需在固定条件下进行不少于20次的连续测量。显然，这在有些情况下是不现实的。所以，需运用误差传递理论<sup>[6]</sup>，以基本测量量为基础，对由这些基本量组合的量的不确定度进行综合分析。

设  $\varphi$  的误差来源于若干个基本量  $Y_i (i=1, 2, \dots, m)$ ， $e_\varphi$  为  $\varphi$  的不确定度， $e_i$  为  $Y_i$  的不确定度，则有

$$e_\varphi^2 = \sum_{i=1}^n (\theta_i e_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \theta_i \theta_j e_i e_j \quad (25)$$

其中

$$e_{i,j} = \frac{4}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}_i)(Y_j - \bar{Y}_j) \quad (26)$$

以上式中： $\bar{Y}_i$  为  $Y_i$  的均值； $\theta_i$  为灵敏度，由下式计算：

$$\theta_i = \frac{\partial \varphi}{\partial Y_i} \quad (27)$$

当  $Y_i (i = 1, 2, \dots, m)$  相互独立时, 则  $\varphi$  的不确定度为

$$e_{\varphi} = \pm \left[ \sum_{i=1}^m (\theta_i e_i)^2 \right]^{1/2} \quad (28)$$

用上述原理所确定的有关量的不确定度或不确定度估计公式综述于下。

1. 热电偶所测温度的不确定度。在率定热电偶时, 对于同一温度连续测量了40次, 经分析  $e_T$  为  $\pm 0.09^\circ\text{C}$ 。

2.  $\sigma_i^2(\xi)$  的不确定度估算公式:

$$e\sigma_i^2(\xi) = \pm \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{t_i}{\sum_{i=1}^n T_i} - \frac{(1+2t_i)}{(\sum_{i=1}^n T_i)^2} \sum_{i=1}^n T_i t_i + \frac{2 \left( \sum_{i=1}^n T_i t_i \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^n T_i \right)^3} \right] \right\}^{1/2} e_T \quad (29)$$

推导式(29)时, 忽略了由计算机计量的时间误差。

$$3. \quad e_{\bar{t}} = \pm \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{t_i}{\sum_{i=1}^n T_i} - \frac{\sum_{i=1}^n T_i t_i}{\left( \sum_{i=1}^n T_i \right)^2} \right] \right\}^{1/2} e_T \quad (30)$$

$$4. \quad e_x = \pm \left\{ \left( \bar{U} \frac{\sigma_i^2(\xi_2) - \sigma_i^2(\xi_1)}{t_2 - t_1} e_{\bar{v}} \right)^2 + 2 \left( \frac{\bar{U}^2 \sigma_i^2(\xi)}{2(t_2 - t_1)} \right)^2 + 2 \left( \frac{\bar{U}}{2} \cdot \frac{\sigma_i^2(\xi_2) - \sigma_i^2(\xi_1)}{(t_2 - t_1)} e_{\bar{t}} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (31)$$

$$\text{其中} \quad e_{\bar{v}} = \pm \left\{ \left( \frac{-1}{\Delta t} e_{\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta x}{(\Delta t)^2} e_{\Delta t} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (32)$$

经分析,  $e_{\Delta x} = 0.5\text{cm}$ ,  $e_{\Delta t} = 0.5\text{s}$ ,  $e_{v_{max}} = 0.59\text{cm/s}$ 。

通过以上分析可知, 纵向分散系数的精度主要依赖于温度测量值的精度, 而测温的热电偶的精度在  $0.1^\circ\text{C}$  以下, 从而使本试验的成果得到基本保证。

## 五、结 论

1. 将 H-P 微机数据自动控制采集系统应用于试验中, 在程序的控制下, 为试验提供了极为方便和准确可靠的先进手段, 大大提高了效率, 解决了关键问题。

2. 试验结果表明,  $hu_*$  不是纵向分散系数  $K$  的适宜特征尺度, 本文首次提出用流速分布不均匀综合系数  $\frac{1}{\beta} F_z$  作为纵向分散系数  $K$  的特征尺度, 有理论根据, 试验成果证明是行之有效的。

3. 通过对纵向分散系数试验成果的综合分析, 笔者认为纵向分散系数  $K$  的主要影响因素为流速分布不均匀综合因素、比降和弗汝德数, 公式(21)为估算纵向热分散系数提出了新的方法。

4. 估算横向热扩散系数公式(24)与前人用化学物质所做试验成果相比较, 无量纲系数  $\alpha_s = 0.125$  处于前人成果范围内, 并增补了在摩阻流速较小该项成果的空缺。

5. 本文将不确定度的理论运用于水力学试验研究的误差分析中, 确定了热电偶所测温度的不确定度, 导出了估计纵向分散系数等量随机不确定度公式, 表明了纵向分散系数  $K$  的误差主要来源于温度测量的误差。

6. 对于试验中的系统误差和由测点疏密所引起的误差等, 由于条件所限, 有待今后分析探讨。对于风力、投放热水源的温度等对扩散系数的影响, 可作为新问题进一步研究。

### 参 考 文 献

- (1) 李平衡, 火电厂废热排放对水域环境的影响, 水利学报, 1983.12
- (2) Taylor, G. I., The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, Proc. R. Soc. Londen Ser. A<sub>223</sub>, 1954: 446~468
- (3) Fischer, H. B., The mechanics of dispersion in natural streams, Journal of the Hydraulics Division, Proc. Am. Soc. Cie. Eng. 93, 1967: 127~216
- (4) 张书农, 环境水力学, 河海大学出版社, 1988, (12)
- (5) 张永兴、李书坤等, 长江宜昌段河水稀释能力和弥散特征的实验研究, 水利学报, 1983, (12)
- (6) 杨意诚, 关于《国际标准ISO5168液体流量测量——一次流量实测值的不确定度估算》的说明和讨论, 贵州人民出版社, 1984.6

## Experimental Study on Thermal Diffusion Coefficients in Water Flow

Liu Dongsheng

(Bureau of Hydrology, Yangtze River Water Resources Commission)

Zheng Bangmin

(University of Wuhan Hydraulic and Electric Engineering)

**Abstract:** Based on systematic open flume flow experiments, this paper investigates the basic laws of thermal diffusion coefficients in water flow. The analysis of testing results show that the proper scale of longitudinal dispersion coefficients, related to the water surface slope and Froude number, is the nonhomogeneous comprehensive factor of velocity distribution. A formula for calculating the thermal longitudinal dispersion coefficient in water flow is proposed. Meanwhile, the authors found that the coefficient of thermal transverse diffusion has the similarities to that of chemical matter diffusion. Finally, the formulae for estimating the uncertainties of temperature measurements and longitudinal dispersion coefficients are derived by using error theory.

**Key words:** thermal diffusion coefficient; longitudinal dispersion; transverse diffusion; thermal pollution.