第4卷 第3期
1993年9月

水 科 学 进 展
ADVANCES IN WATER SCIENCE

Vol. 4, No. 3
Sep., 1993

泥沙扬动临界条件研究

程年生　　朱立俊

(南京水利科学研究院　南京 210024)

提要　研究泥沙交换的临界条件对探讨河床变形机理以及河床演变的模拟计算都具有实际意义。通过考虑近底紊流对泥沙颗粒扬动的影响，导出了泥沙颗粒扬动的临界条件。利用所提出的以扬动概率表示的扬动标准对现有研究成果进行了分析比较。

关键词　泥沙扬动　悬移质　临界条件

1 引　　言

河流中的泥沙，按其运动形式的不同有推移质和悬移质之分。其中推移质与床沙之间发生直接交换，而悬移质与床沙之间一般都是以推移质为中间媒介进行间接交换。在研究河床变形时，合理地考虑悬移质与推移质以及推移质与床沙之间的交换是十分必要的，尤其当以数学模型作为研究手段时，更是如此。当然，如果从全沙运动的角度出发，仅考虑全沙与床沙即推移质与床沙之间的交换即可。但是，由于泥沙运动的复杂性，把泥沙按推移质与悬移质分开考虑仍是目前解决水流输沙和河床变形等问题的主要途径，这样就必须同时研究推移质与床沙之间以及悬移质与推移质之间的两种交换现象。作为这两种交换的问题之一，就是有关交换的临界条件，如起动与扬动条件。尽管泥沙颗粒的扬动条件(或称起悬条件)在研究泥沙运动和河床变形时与其它临界条件有着几乎同等的重要性，但限于床面紊流的复杂性和测试条件等因素的影响，目前对扬动条件的研究相对来说还很缺乏。为此，本文试图从床面水流紊动结构出发对扬动条件进行探讨，并在此基础上，对过去的各项成果进行分析与比较。

2 床面紊流结构与泥沙扬动机理

根据床面粗糙度的不同，近底紊流可以划分为光滑区、过渡区和粗糙区三种情况。对于光滑区，床面泥沙受粘性底层的影响较大，水流粘性力在泥沙运动过程中起主导作用。而对于粗糙区，泥沙颗粒受近底紊流的影响较大，这时水流粘性力作用已居次要地位。

泥沙颗粒是否扬动，实际上反映了颗粒重力与床面附近水流紊动作用的相对强弱。当近底水流因垂向紊动而对颗粒产生的上举作用大于颗粒的水下重力时，泥沙颗粒就有可能从推

本文于1992年8月6日收到，1993年1月31日收到修改稿。

移运动转为悬移运动，即发生扬动。

若运用近底紊流的猝发现象解释床面泥沙的扬动过程，则给出的交换图案会显得更为清晰[1]。紊动猝发现象表明紊动本身是一种拟序结构。它具体表现为，从床面附近上升的低速水团不断进入主流区和从主流区下降的高速水团经常"袭击"床面。这两种现象的交替进行构成了壁面紊流的准循环过程。床面附近泥沙颗粒的运动过程与紊动猝发过程密切相关。在低速水团上升和高速水团下降的同时，被水团所挟运的泥沙颗粒也随之上升与下降，历经相类似的准循环过程，只是泥沙颗粒的水下重力同时也影响着这种过程的发展，以致颗粒在上升与下降过程中的运动尺度在时间和空间上与水团的紊动尺度有所不同。由此可见，泥沙颗粒的这种准循环过程实际上就是悬浮泥沙与床面泥沙不断发生交换的过程。床面上泥沙颗粒是否上扬自然决定于近底低速紊动水团上升速度的大小。

3 泥沙颗粒扬动的临界条件

3.1 理论推导

当泥沙颗粒处于从推移运动向悬移运动转换的临界状态时，颗粒的水下重力应与水流对颗粒的上举力相平衡。

(1) 当床面为光滑区时，泥沙颗粒处于粘性底层的控制之中，水流对颗粒的上举力与特征流速的一次方成正比，并可表达为如下形式：

$$F_{L1}=K_1\rho\nu d v_L \tag{1}$$

式中K_1为系数，ρ为流体密度，ν为粘性系数，d为颗粒直径，v_L为颗粒受水流上举力作用的某一垂向脉动流速，可令其为垂向脉动强度的某一倍数，即

$$v_L=\alpha_1\sqrt{\overline{v'^2}} \tag{2}$$

其中α_1为系数，v'为垂向脉动流速。关于近底紊流强度的实验研究成果表明，相对垂向脉动强度$\sqrt{\overline{v'^2}}/u_*$系无因次距离$u_*y/\nu$的函数，如图1。当床面泥沙的起悬高度不大时，对于粗糙区，可令$\sqrt{\overline{v'^2}}\approx u_*$；对于光滑区，可令$\sqrt{\overline{v'^2}}/u_*$与$u_*y/\nu$成线性关系，即

$$\frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{u_*}=\alpha_2\frac{u_*y_s}{\nu} \tag{3}$$

式中α_2为比例系数，根据图1中的实测资料，可令$\alpha_2=1/25$。y_s为颗粒的起悬高度。假设满足扬动条件的泥沙颗粒是从相当于推移质层厚度的高度开始悬浮，因此可令

$$y_s=\alpha_3 d \tag{4}$$

根据Einstein的观点，$\alpha_3=2$。由(2)、(3)、(4)式得

$$v_L=\alpha_1\alpha_2\alpha_3\frac{u_*^2 d}{\nu} \tag{5}$$

(5)式代入(1)式

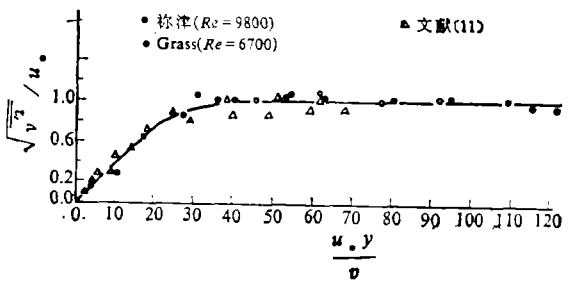

图1 垂向脉动强度分布

Fig. 1. Distribution of vertical fluctuant intensity

$$F_{L1}=K_1\alpha_1\alpha_2\alpha_3\rho d^2u^2_{*c1} \tag{6}$$

式中 u_{*c1} 定义为泥沙颗粒扬动时的临界摩阻流速。

(2) 当床面处于粗糙区时，水流粘性对床面泥沙运动的影响相对较小，这时水流对颗粒的上举力与特征流速的二次方成比例关系，因而可表达为：

$$F_{L2}=K_2\rho d^2v_L^2 \tag{7}$$

由于在粗糙床面附近，$\sqrt{\overline{v'^2}}\approx u_*$，于是

$$v_L=\alpha_1\sqrt{\overline{v'^2}}\approx\alpha_1u_* \tag{8}$$

(8)式代入(7)式

$$F_{L2}=K_2\alpha_1^2\rho d^2u^2_{*c1} \tag{9}$$

以上(6)、(9)式分别为光滑床面和粗糙床面条件下上举力的表达式。两式在采取以摩阻流速表达时形式上取得一致。对于床面为过渡区的情况，泥沙颗粒所受上举力介于床面为光滑区与粗糙区情况之间，可表达为

$$F_L=\delta F_{L1}+(1-\delta)F_{L2} \tag{10}$$

式中 δ 为权重系数，$0\leqslant\delta\leqslant1$。(6)、(9)式代入(10)式得

$$F_L=(K_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3+K_4\alpha_1^2)\rho d^2u^2_{*c1} \tag{11}$$

式中 $K_3=\delta K_1$，$K_4=(1-\delta)K_2$。由于泥沙起动后，抗拒泥沙悬浮的力仅限于颗粒的水下重力

$$W=K_5(\gamma_s-\gamma)d^3 \tag{12}$$

当泥沙被扬动时，应有 $F_L=W$，即

$$(K_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3+K_4\alpha_1^2)\rho d^2u^2_{*c1}=K_5(\gamma_s-\gamma)d^3 \tag{13}$$

通过简单变换后

$$\frac{u^2_{*c1}}{agd}=A \tag{14}$$

其中 $a=(\gamma_s-\gamma)/\gamma$ 为泥沙的容重系数。A 为待定参数，由下式确定

$$A=\frac{K_5}{K_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3+K_4\alpha_1^2} \tag{15}$$

(14)式即为各种床面条件下泥沙颗粒从推移质转为悬移质的扬动临界条件。

3.2 以 $\omega/u_{*c1}\sim D_*$ 关系表示的扬动条件

为后文讨论方便，(14)式可改写为无量纲参数 ω/u_{*c1} 和粒径参数 D_* 表达的形式。ω 为泥沙颗粒的沉降速度。参数 ω/u_{*c1} 反映了泥沙颗粒的水下重力与水流上举力的相对大小。D_* 的定义如下：

$$D_*=\left(\frac{ag}{\nu^2}\right)^{1/3}d \tag{16}$$

根据阻力系数与沙粒雷诺数的一阶近似关系，颗粒沉降的阻力系数可表达为

$$C_d = \frac{C_1}{Re_d} + C_2 \tag{17}$$

式中沙粒雷诺数 $Re_d = \omega d/\nu$，C_1、C_2为待定系数。C_d 与 ω 的关系为

$$\frac{\omega^2}{agd} = \frac{4}{3C_d} \tag{18}$$

如果选用岗恰洛夫的粘性区和紊流区沉速公式[11]做为(18) 式在 Re_d 很小和很大的情况下的边界条件，那么可导得公式(17)式的系数 $C_1 = 32$，$C_2 = 7/6$。(17)式代入(18)式后得：

$$\frac{\omega^2}{agd} = \frac{8}{\frac{192}{Re_d} + 7} \tag{19}$$

引入粒径参数 D_*，(19)式又可写为

$$Re_d = f(D_*) = \beta\left(\sqrt{1 + \frac{D_*^3}{12\beta}} - 1\right) \tag{20}$$

式中 $\beta = 96/7$。(20)式即以 D_*与 Re_d 表示的各流区统一的沉速关系式。(14)与(19) 式相除得

$$\left(\frac{\omega}{u_{*c_0}}\right)^2 = \frac{8f(D_*)}{A(192 + 7f(D_*))} \tag{21}$$

(21)式即为各种床面条件下统一的以 D_* 表示的扬动临界条件，式中 $f(D_*)$ 根据 (20) 式确定，A 由(15)式确定。对(21))式进行分析可知：当 D_* 很小时，ω/u_{*c_0} 与 D_*的1.5 次方成正比；而当 D_* 很大时，ω/u_{*c_0}为常数。

3.3 参数 A 的含义与公式(21)的验证

假设泥沙颗粒在将悬未悬的临界情况下，其相对于流体的垂向运动学条件与颗粒在极限沉降时的运动学条件相同，那么前文(1)、(7)式中的特征流速 v_L 应与颗粒沉降速度 ω 相当。由此(15)式的系数 K_3、K_4、K_5 即可从以下关于颗粒均匀沉降的力学平衡条件 获 得。根 据 (1)、(7)和(13)式，有

$$\delta K_1 \rho \nu d\omega + (1-\delta)K_2 \rho d^2 \omega^2 = K_5(\gamma_s - \gamma)d^3$$

即

$$\frac{K_3/K_5}{\frac{\omega d}{\nu}} + \frac{K_4}{K_5} = \frac{agd}{\omega^2} \tag{22}$$

式中 $K_3 = \delta K_1$，$K_4 = (1-\delta)K_2$。(22)式与(19)式相比较可得

$$\frac{K_3}{K_5} = 24, \qquad \frac{K_4}{K_5} = \frac{7}{8} \tag{23}$$

此外，根据实测资料[2,12]，最大垂向脉动流速约为其均方差的3倍，即 $|v'|_{max} \approx 3\sqrt{\overline{v'^2}}$，如图2。如果认为扬动标准决定于最小可能的垂向脉动流速，即发生扬动的可能性很小时，(2)式中的 α_1 可以取为3.0，再取 $\alpha_2 = 1/25$，$\alpha_3 = 2$，就可以由(15)式算出 $A = 0.073$。

如图3，当取 $A=0.073$ 时，(21)式与芦田的实测资料符合较好。芦田在研究泥沙扬动时，选用了两种扬动标准：其一对应于悬移质输沙率为零的情况，另一种对应于悬移质输沙率占总输沙率4%的情况。图3中所用的资料属于第一种情况。这说明当 $A=0.073$ 时，(21)式所反映的确实属于扬动可能性很小的情况，与前面取 $\alpha_1=3.0$ 的意义相符合。

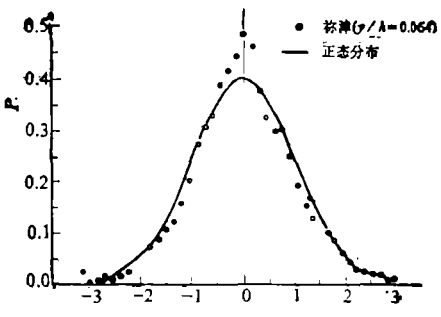

图 2　垂向脉动速度的概率分布
Fig. 2. Distribution of the probability of velocity fluctuations

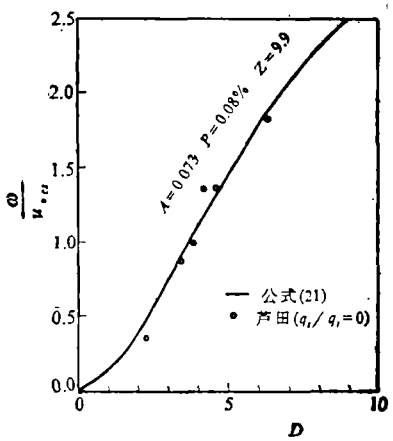

图 3　公式(21)与实测资料的比较
Fig. 3. Comparison of Eq. (21) and observed values

其实，就一般情况而言，(21)式中的综合参数 A 的不同取值可以反映不同的扬动可能性，即扬动概率的大小。

根据现有的研究成果，垂向脉动流速是一个符合正态分布的随机变量，即使在床面附近也是如此，如图2。如将扬动概率表达为垂向脉动流速 v' 大于沉速 ω 的概率 P，则

$$P(v'>\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{\omega}^{\infty}\exp\left(-\frac{v'^2}{2\sigma^2}\right)dv'=1-\Phi\left(\frac{\omega}{\sigma}\right) \tag{24}$$

式中 $\sigma=\sqrt{\overline{v'^2}}$，$\Phi$ 为标准正态分布函数，显然 P 的取值范围是 $0<P\leqslant 0.5$。依据标准误差函数的近似分析结果[3]，(24)式可进一步表达为

$$P=0.5-0.5\sqrt{1-\exp\left(-\frac{2}{\pi}\frac{\omega^2}{\overline{v'^2}}\right)} \tag{25}$$

利用上式，可反求出公式(15)中的系数 α_1

$$\alpha_1=\frac{\omega}{\sqrt{\overline{v'^2}}}=\sqrt{\frac{\pi}{2}\ln\frac{1}{4P-4P^2}} \tag{26}$$

同时，根据(15)式，A 与 α_1 的关系为

$$A=\frac{200}{384\alpha_1+175\alpha_1^2} \tag{27}$$

由(26)、(27)式可以看出，不同的扬动概率 P 决定了参数 A 取不同的数值。进一步的分析表明：综合参数 A 随着扬动概率的增大而增大。当 $A=0.073$ 时，$P\approx 0.1\%$，这时与之相应的标准正态分布的上百分位点为 3.1，说明扬动概率已经很小，此与图3中的结果相吻合。

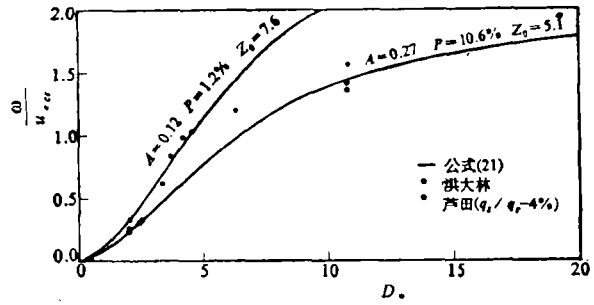

图4 公式(21)与实测资料的比较

Fig. 4. Comparison of Eq. of (21) and measured data

为了进一步检验公式(21)的可靠性，本文引用了文献[2]③的试验资料，并点绘成图4。其中芦田的资料相当于原作者的第二种扬动标准，即悬移质输沙率与总输沙率之比为4%的情况。图4中与之相应的计算曲线，其扬动概率为1.2%。另外的点据系洪大林的散粒体扬动资料，与之相应的扬动概率为11%。从图4可看出，两组试验资料与各自的计算曲线都比较一致。

4 其它公式的分析与比较

尽管目前有关扬动的试验成果为数不多，但因实际应用需要，国内外学者仍开展了一些有益的研究。为了对现有成果有一个总体性的认识，本节将在前文讨论的基础上，对它们进行分析与比较。详细结果见表1。

由表1可以看出，形式各异的诸公式均能转换为 $\omega/u_{*cs}\sim D_*$ 的函数形式。

表1 各种公式及其转换形式

Table 1. Previous formulae and their transformation

作者	原公式	转换后的形式
沙玉清 (1965)	$U_s=\sqrt{280}\,(agd)^{2/5}(\omega R)^{1/5}$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=0.795\left(\frac{f}{D_*^{1.5}}\right)^{0.8}$
窦国仁 (1978)	$U_s=1.5\sqrt{agd}\,\ln\left(11\frac{H}{d}\right)$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=1.667\frac{f}{D_*^{1.5}}$
Sumer (1977)	$\begin{cases}\frac{ag\nu}{u_{*cs}^3}=0.084 & \text{(光面)}\\ \frac{agk_s}{u_{*cs}^2}=5.9 & \text{(糙面)}\end{cases}$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=\begin{cases}0.438\frac{f}{D_*} & (2.19<D_*<30.66)\\ 2.429\frac{f}{D_*^{1.5}} & (D_*>30.66)\end{cases}$
周志德 (1981)	$\frac{u_{*cs}^3}{kagd\omega}=1.64$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=1.151\left(\frac{f}{D_*^{1.5}}\right)^{2/3}$
Van Rijn (1984)	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=\begin{cases}0.25D_* & (1<D_*\leqslant 10)\\ 2.5 & (D_*>10)\end{cases}$	
Celik (1984)	$\frac{u_{*cs}^2}{agd}=\begin{cases}0.15/Re_* & (Re_*\leqslant 0.6)\\ 0.25 & (Re_*\geqslant 0.6)\end{cases}$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=\begin{cases}1.882\frac{f}{D_*} & (D_*<1.13)\\ 2.0\frac{f}{D_*^{1.5}} & (D_*>1.13)\end{cases}$
洪大林 (1991)	$u_{*cs}^2=C_1agd+C_2\frac{\zeta}{\rho d}$	$\frac{\omega}{u_{*cs}}=1.925\frac{f}{D_*^{1.5}}$ $(C_2=0)$

备注：式中函数 $f=\beta\left(\sqrt{1+\frac{D_*^3}{12\beta}}-1\right)$，$\beta=96/7$

③ 洪大林，泥沙扬动试验研究，南京水利科学研究院研究生论文，1991

更进一步，表1中的各公式在D_*很小或很大时可以得到再次简化。当D_*很小时，ω/u_{*c}与D_*^n成正比关系，但指数n从1.0至2.0各不相同；当D_*较大时，ω/u_{*c}为常数，常数的变化范围较大，为0.5～3.0。其实这相当于钱宁[10]、武汉水电学院[11]等取悬浮指标$Z_0=\omega/\kappa u_*$为常数作为扬动条件的情况。可见，各种公式虽然可以采取同样的函数形式，但由于系数或指数的不同，相互之间仍存在着较大的差别。然而，以上各公式中的系数几乎都是通过试验资料反求而得到的，这说明各公式仍具有各自的试验基础及相应的应用范围。从这一点上讲，公式之间的主要差异实际上反映了各自实验条件即扬动判别标准的不同。在图5和图6中，分别点绘了不同公式的计算结果，同时也给出了依不同的扬动概率用本文公式(21)算出的曲线。从图5、图6可以看出，除Sumer公式外，几乎每个公式都对应着不同的扬动概率。如果规定个别扬动概率为0.1%＜P＜0.5%，少量扬动情况为1%＜P＜5%，中等扬动概率为10%＜P＜20%，普遍扬动概率为25%＜P＜40%。那么本文所提到的各研究成果中，Rijn的标准属于个别扬动，窦国仁、洪大林、Celik的标准属于中等扬动，而沙玉清、周志德的标准属于普遍扬动范围。

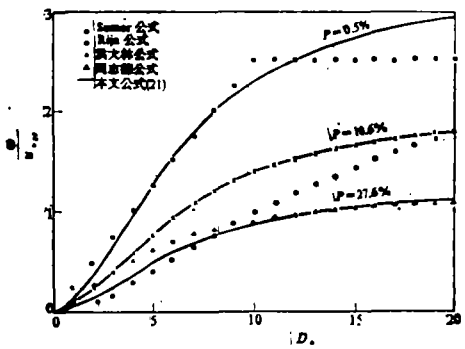

图5 本文公式与其它公式的比较
Fig. 5. Comparison of Eq. (21) and previous formulae

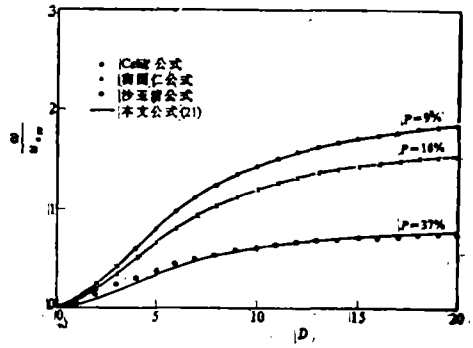

图6 本文公式与其它公式的比较
Fig. 6. Comparison of Eq. (21) and previous formulae

5 结　论

(1) 泥沙颗粒的扬动条件与近底水流的紊动结构密切相关。据此，本文导出颗粒扬动的临界判别条件。

(2) 扬动判别标准决定于扬动概率的大小。关于扬动的现有各种成果相互差别较大，如果考虑扬动概率的影响，即各自扬动的临界判别标准的不同，则诸成果仍能通过本文公式得到统一。

(3) 本文仅限于考虑单个颗粒扬动问题，关于群体扬动问题需做进一步研究。

参 考 文 献

1 Sumer B M, and Deigaard R. Experimental Investigation of Motions of Suspended Heavy Particals and the Bursting Process. Series Paper 23, Inst. of Hydrodynamics & Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, 1979, 106p

2 芦田和男，冈部健士．粒子の浮游限界に关する研究．第27回水理讲演会论文集．1983．311～316

3 郭俊克．Einstein床沙质输移理论的再研究·水科学青年学术论文集．北京：水利电力出版社，1990．337～342

4 沙玉清．泥沙运动学引论．北京：中国工业出版社，1965．146～171

5 周志德．泥沙颗粒扬动条件．水利学报．1981，(6)：51～56

6 Van Rijn L C. Sediment Transport, Part II, Suspended Load Transport. Journal of Hydraulic Engineering. 1984, 110 (11): 1613～1640

7 Celik I, Rodi W. Suspended Sediment Transport Capacity for Open Channel Flow. Journal of Hydraulic Engineering. 1991, 117 (2): 191～204

8 Montes J S, Ippen A T. Interaction of 2-D Turbulent Flow with Suspended Particles. Dept of civil Engineering, MIT, Report 164, 1973

9 窦国仁．紊流力学(下册)．北京：高等教育出版社，1987．20～60

10 钱宁，万兆惠．泥沙运动力学．北京：科学出版社，1983．80～280

11 武汉水利电力学院．河流泥沙工程学(上册)．北京：水利出版社，1981．372

12 中川博次．移动床流れの水理，新体系土木工学．技报堂出版株式会社，1986．23：21～43

13 Hintz J O. Turbulence. Mc Graw-Hill Inc. 1975, 155～690

Critical Condition for Inception of Suspended Sediments

Cheng Niansheng and Zhu Lijun

(Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing)

Abstract: The bed deformation and sediment transport result from the exchanges among various form of sediment motion .It is significant to take into account interaction among suspended load, bed load and movable bed to explore the mechanism of bed changes and improve modelling methods. Considering the influences of near-bed turbulence on the critical condition of suspending processes of sediment particles, a theoretical criterion is presented according to the concept of probability of suspension. In addition ,several previous formulae are thus analysed and reviewed.

Key words: inception of suspension; suspended load; critical condition.