

# 干旱地区河流动态水质模型研究<sup>\*</sup>

何秉宇

(新疆大学地理系 乌鲁木齐 830046)

**摘要** 依据干旱地区河流水文、水力特性,合理简化对流扩散方程,给出瞬时突然排污条件下的动态解析解。建立了有干旱地区特点的、含有碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧三水质要素的河流水质模型,推导出水质模拟矩阵,并应用于新疆乌鲁木齐地区水磨河动态水质模拟计算。

**关键词** 干旱地区 河流 水质模型 模拟

**分类号** P342.1

## 1 引言

水资源的供需矛盾一直制约着干旱地区的人类活动。水污染又进一步加剧了这一矛盾。水资源数量与质量,已成为制约干旱地区经济发展乃至人类活动的根本因素之一。但干旱地区的水资源保护工作远远落后于国内其它地区,尤其是在一些基础研究(如水质模型等)方面进展缓慢。本文拟就干旱地区河流动态水质模型进行探讨。

## 2 干旱地区河流水质模型的建立

干旱地区河流具有许多特性。但描述其污染物质在水体中迁移转化机理的对流扩散方程应与非干旱地区相同。干旱地区河流的特性体现在对方程的合理简化及方程的定解条件等方面。本文将沿这一思路进行干旱地区河流水质动态模型的推导。

### 2.1 对流扩散方程

含有物质生化反应的简化的三维对流扩散方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V\left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}\right) - kC \quad (1)$$

在我国干旱地区,除极个别的河流外,通常都是些水量较小的河流。这些河流基本上都发源于山区,河水到达出山口时,或已被利用与控制,或出山口后逐渐消失于戈壁荒漠之中。需要研究的是河流源头至出山口这段河流。河流的山区部分坡度较大,常伴有坡度突变的现象,且水深较浅,水面狭窄,河水的纵向流速  $u$  远大于河水的横向流速  $v$  和垂向流速  $w$ 。水流湍急,排入河流中的污染物质很快就与河水充分混合,河水中污染物质的横向浓度梯度只是在排污口及其下游很短的河段内较大,在其余河段,起主导扩散作用的是污染物质的纵向

\* 本文于 1995 年 6 月 13 日收到, 1995 年 10 月 12 日收到修改稿。

浓度梯度。因此, 式 (1) 简化为可应用于干旱地区中小河流的一维对流扩散方程

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} - kC \quad (2)$$

## 2.2 对流扩散方程的动态解析解

对于式 (2), 通常是根据具体问题, 进一步化简方程, 在给定的定解条件下解出物质浓度  $C$ 。也有采用数值解法 (有限差分法和有限元法) 求解式 (2), 但数值解法在某些方面有较严格的要求, 计算也较繁琐。在可能的情况下, 解析解具有许多方面的优越性。本文根据干旱地区河流污染的特点和实测资料状况, 选择三项水质要素 (碳化 BOD<sub>5</sub>, 氨氮和溶解氧) 进行干旱地区河流水质迁移转化规律的研究。式 (2) 改写成

$$\frac{\partial L_C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 L_C}{\partial x^2} - u \frac{\partial L_C}{\partial x} - k_1 L_C \quad (3)$$

$$\frac{\partial L_N}{\partial t} = D \frac{\partial^2 L_N}{\partial x^2} - u \frac{\partial L_N}{\partial x} - k_N L_N \quad (4)$$

$$\frac{\partial O}{\partial t} = D \frac{\partial^2 O}{\partial x^2} - u \frac{\partial O}{\partial x} + k_2(O_s - O) - k_1 L_C - k_N L_N \quad (5)$$

式 (3) ~ 式 (5) 中  $L_C$ 、 $L_N$ 、 $O$  分别为碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧的浓度;  $D$ 、 $k_1$ 、 $k_N$ 、 $k_2$  为参数;  $O_s$  为河水中溶解氧的饱和浓度

$$O_s = \frac{468}{31.6 + T} \quad (6)$$

式中  $T$  为水温,  $^{\circ}\text{C}$ 。

某些河流的水质变化主要受到偶发的、瞬时的突然排污的影响, 其定解条件可写成

$$C(x, 0) = 0 \quad C(0, t) = \frac{M}{u} \delta(t) \quad C(\infty, t) = 0 \quad (7)$$

式 (7) 中  $C(0, t)$  为一元均匀流场中瞬时点源, 用  $L_C$ 、 $L_N$ 、 $(O_s - O)$  分别表示碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧的瞬时排放状况;  $\delta(t)$  为脉冲函数,  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$ ;  $M$  为瞬时排放物质质量, 用  $M_C$ 、 $M_N$ 、 $M_O$  分别表示碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧的瞬时排放质量;  $M = C_0 u$ ,  $C_0$  为  $x = 0$  处瞬时排放的物质浓度, 用  $L_{0(C)}$ 、 $L_{0(N)}$ 、 $(O_s - O_0)$  分别表示碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧在  $x = 0$  处瞬时排放的浓度。

式 (3) ~ 式 (5) 分别与式 (7) 组成的定解问题的解析解为

$$L_C(x, t) = \frac{M_C}{4\pi Dt} \exp(-k_1 t) \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \quad (8)$$

$$L_N(x, t) = \frac{M_N}{4\pi Dt} \exp(-k_N t) \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} O(x, t) = & O_s - \frac{M_O}{4\pi Dt} \exp(-k_2 t) \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \\ & + \frac{k_1 M_C}{(k_2 - k_1) 4\pi Dt} [\exp(-k_2 t) - \exp(-k_1 t)] \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \\ & + \frac{k_N M_N}{(k_2 - k_N) 4\pi Dt} [\exp(-k_2 t) - \exp(-k_N t)] \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4Dt}\right] \quad (10) \end{aligned}$$

式 (8) ~ 式 (10) 是根据干旱地区河流水文特性及污染特点而建立的动态水质模型。

### 3 水质模拟矩阵的推导

对于每条实际的河流, 根据其本身特点和沿程输入输出状况, 概化成图 1 所示。

$$Q_i, L_{Ci}, L_{Ni}, O_i$$

	0	1	$i$	$i+1$	$n$
$Q_{10}$			$Q_{1i}$	$Q_{2i} \quad x_{i+1}$	$Q_{2n}$
$L_{C10}$		$x_1$	$L_{C1i}$	$L_{C2i} \quad k_{1i}$	$L_{C2n}$
			...	$k_{Ni}$	
$L_{N10}$			$L_{N1i}$	$L_{N2i} \quad k_{2i}$	$L_{N2n}$
$O_{10}$			$O_{1i}$	$O_{2i} \quad D_i$	$O_{2n}$

$$Q_{3i}, L_{C3i}, L_{N3i}, O_{3i}$$

图 1 一维动态模型的概念化

Fig. 1. One-dimensional dynamic model conception

图 1 中  $Q$  为河水流量或引水流量或污水流量;  $L_C$  为相应流量的碳化 BOD<sub>5</sub> 浓度;  $L_N$  为相应流量时的氨氮浓度;  $O$  为相应流量时的溶解氧浓度;  $k_1$ 、 $k_N$ 、 $k_2$ 、 $D$  为参数;  $x$  为断面间距。

作为河流的污染物迁移特点, 上游每一个节点排入河流的污染物对下游每一个断面的水质都会产生影响, 而下游的污染物对上游断面的水质却不会产生影响。河流每一个断面处的水质都可看为上游每一个节点与本身排放的污染物对水质影响的总和。因此, 用式 (8) ~ 式 (10) 来描述由断面  $i-1$  到断面  $i$  间的碳化 BOD<sub>5</sub>, 氨氮和溶解氧的变化关系, 可写为

$$L_{C1i} = \frac{u_{i-1} L_{C2,i-1}}{4\pi D_{i-1} t} \exp(-k_{1,i-1} t) \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] \quad (11)$$

$$L_{N1i} = \frac{u_{i-1} L_{N2,i-1}}{4\pi D_{i-1} t} \exp(-k_{N,i-1} t) \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q_{1i} = & \frac{u_{i-1} O_{2,i-1}}{4\pi D_{i-1} t} \exp(-k_{2,i-1} t) \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] \\ & + \frac{k_{1,i-1}}{k_{1,i-1} - k_{2,i-1}} \frac{u_{i-1} L_{C2,i-1}}{4\pi D_{i-1} t} [\exp(-k_{1,i-1} t) - \exp(-k_{2,i-1} t)] \\ & \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] + \frac{k_{N,i-1}}{k_{N,i-1} - k_{2,i-1}} \frac{u_{i-1} L_{N2,i-1}}{4\pi D_{i-1} t} [\exp(-k_{N,i-1} t) - \exp(-k_{2,i-1} t)] \\ & \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] + O_{Si} \left[1 - \frac{u_{i-1}}{4\pi D_{i-1} t} \exp(-k_{2,i-1} t) \exp\left(-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right)\right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{令 } \alpha = \frac{u_{i-1}}{4\pi D_{i-1} t} \exp\left[-\frac{(x_i - u_{i-1} t)^2}{4D_{i-1} t}\right] \quad \alpha_{i-1} = \alpha \exp(-k_{1,i-1} t)$$

$$\alpha_{Ni-1} = \alpha \exp(-k_{N,i-1}t) \quad \alpha_{0i-1} = \alpha \exp(-k_{2,i-1}t)$$

$$\beta_{\bar{a}-1} = \frac{k_{1,i-1}}{k_{1,i-1} - k_{2,i-1}}(\alpha_{Ci-1} - \alpha_{0i-1}) \quad B_{Ni-1} = \frac{k_{N,i-1}}{k_{N,i-1} - k_{2,i-1}}(\alpha_{Ni-1} - \alpha_{0i-1})$$

$$\delta_{i-1} = O_{Si}(1 - \alpha_{0i-1})$$

则式 (11) ~ 式 (13) 可写成

$$L_{Ci} = \alpha_{Ci-1}L_{C2,i-1} \quad (11)$$

$$L_{Ni} = \alpha_{Ni-1}L_{N2,i-1} \quad (12)$$

$$O_{2i} = \alpha_{0i-1}O_{2,i-1} + \beta_{\bar{a}-1}L_{C2,i-1} + \beta_{Ni-1}L_{N2,i-1} + \delta_{i-1} \quad (13)$$

据水流连续性原理, 写出各节点的流量、碳化 BOD<sub>5</sub>、氨氮和溶解氧的关系为

$$Q_{2i} = Q_{1i} - Q_{3i} + Q_i \quad (14)$$

$$Q_{1i} = Q_{2,i-1} \quad (15)$$

$$L_{C2i}Q_{2i} = L_{Ci}(Q_{1i} - Q_{3i}) + L_{Ci}Q_i \quad (16)$$

$$L_{N2i}Q_{2i} = L_{Ni}(Q_{1i} - Q_{3i}) + L_{Ni}Q_i \quad (17)$$

$$O_{2i}Q_{2i} = O_{1i}(Q_{1i} - Q_{3i}) + O_iQ_i \quad (18)$$

由式 (11) ~ 式 (18), 并令

$$a_i = \frac{Q_{1i} - Q_{3i}}{Q_{2i}} \quad a_{Ci-1} = \alpha_{Ci-1}a_i \quad a_{Ni-1} = \alpha_{Ni-1}a_i$$

$$b_i = \frac{Q_i}{Q_{2i}} \quad C_{i-1} = \alpha_{0i-1}a_i \quad d_{\bar{a}-1} = \beta_{\bar{a}-1}a_i$$

$$d_{Ni-1} = \beta_{Ni-1}a_i \quad f_{i-1} = \delta_{i-1}a_i$$

可得到

$$L_{C2i} = a_{Ci-1}L_{C2,i-1} + b_iL_{Ci} \quad (19)$$

$$L_{N2i} = a_{Ni-1}L_{N2,i-1} + b_iL_{Ni} \quad (20)$$

$$O_{2i} = C_{i-1}O_{2,i-1} + d_{\bar{a}-1}L_{C2,i-1} + d_{Ni-1}L_{N2,i-1} + f_{i-1} + b_iO_i \quad (21)$$

对一条分成  $n$  段的河流, 由式 (19) ~ 式 (21) 可写出矩阵方程

$$\vec{L}_{C2} = A_{\bar{c}}^{-1}B\vec{L}_C + A_{\bar{c}}^{-1}\vec{g}_C \quad (22)$$

$$\vec{L}_{N2} = A_{\bar{N}}^{-1}B\vec{L}_N + A_{\bar{N}}^{-1}\vec{g}_N \quad (23)$$

$$\vec{O}_2 = C^{-1}B\vec{O} + C^{-1}D_C\vec{L}_{C2} + C^{-1}D_N\vec{L}_{N2} + C^{-1}(\vec{f} + \vec{h}) \quad (24)$$

式 (22) ~ 式 (24) 中  $\vec{L}_{C2}$ ,  $\vec{L}_{N2}$ ,  $\vec{O}_2$ ,  $\vec{L}_C$ ,  $\vec{L}_N$ ,  $\vec{O}$  分别为由  $L_{C2i}$ ,  $L_{N2i}$ ,  $O_{2i}$ ,  $L_{Ci}$ ,  $L_{Ni}$ ,  $O_i$  组成的  $n$  阶列矩阵。

$$\vec{g}_C = (g_{C1}, 0, \dots, 0)^T \quad g_{C1} = a_{C0}L_{C20} \quad \vec{g}_N = (g_{N1}, 0, \dots, 0)^T$$

$$g_{N1} = a_{N0}L_{N20} \quad \vec{f} = (f_0, f_1, \dots, f_{n-1})^T$$

$$\vec{h} = (h_1, 0, \dots, 0)^T \quad h_1 = C_0O_{20} + d_{C0}L_{C20} + d_{N0}L_{N20}$$

$$A_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -a_{C1} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -a_{Cn-1} & 1 \end{pmatrix} \quad D_C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ d_{C1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{Cn-1} & 0 \end{pmatrix}$$

$A_N$  与  $A_C$  形式相同,  $D_N$  与  $D_C$  形式相同。

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_n \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -c_{n-1} & 1 \end{pmatrix}$$

$A_N$ 、 $A_C$ 、 $C$  均为非奇异, 其逆矩阵存在。式 (22) 和式 (23) 代入式 (24) 中, 并令

$$\begin{aligned} U_C &= A_C^{-1}B & U_N &= A_N^{-1}B & V_C &= C^{-1}D_C A_C^{-1}B \\ V_N &= C^{-1}D_N A_N^{-1}B & \vec{m}_N &= A_N^{-1}\vec{g}_N & \vec{m}_C &= A_C^{-1}\vec{g}_C \\ \vec{n} &= C^{-1}B\vec{O} + C^{-1}(\vec{f} + \vec{h}) + C^{-1}D_C A_C^{-1}\vec{g}_C + C^{-1}D_N A_N^{-1}\vec{g}_N \end{aligned}$$

则式 (22) ~ 式 (24) 可写成

$$\vec{L}_{C2} = U_C \vec{L}_C + \vec{m}_C \quad (25)$$

$$\vec{L}_{N2} = U_N \vec{L}_N + \vec{m}_N \quad (26)$$

$$\vec{O}_2 = V_C \vec{L}_C + V_N \vec{L}_N + \vec{n} \quad (27)$$

式 (25) ~ 式 (27) 是本文所得河流水质模拟矩阵公式。河流水质 (碳化 BOD<sub>5</sub>, 氨氮和溶解氧) 与输入河流的污水水质 (碳化 BOD<sub>5</sub>, 氨氮和溶解氧) 之间的关系由响应矩阵 ( $U_C$ ,  $U_N$ ,  $V_C$ ,  $V_N$ ) 确定。

## 4 算 例

以新疆乌鲁木齐地区水磨河为实例, 根据上述讨论, 对水磨河水质作模拟计算。

水磨河位于乌鲁木齐市东郊。水磨河水系由碱泉沟、水磨沟、硫磺沟等组成。主要水体为水磨沟。水磨河以泉水补给为主, 季节性地面水补给为辅的河流, 年均流量 1.05m<sup>3</sup>/s 左右, 全流域污径比 0.30 左右。水磨河流域气候干旱, 降水稀少, 年均降水量 227.9mm; 蒸发强烈, 年水面蒸发量达 2276.9mm; 冬季漫长, 寒冷; 夏季酷热; 年均气温 5~7 ; 水磨河流域的自然地理条件, 气候条件, 污染特点在干旱地区均具有典型性。

为率定式 (8) ~ 式 (10) 中的参数, 于 1992 年 7 月 ~ 8 月间分 3 次进行水磨河水质监测。将研究河段按污水排放特性及水力条件划分为 6 个河段 (即 7 个断面: 碱泉沟、硫磺沟、苇湖梁电厂、电厂拦河分水闸、乌市化工厂、新疆医学院第二附院和污水库)。在每个断面, 均按污水排入前后分别采样, 同时进行水文测验。

参数的优化估算选用复合型法, 3 次实测值分别优化出 3 组参数值, 3 组参数值之间的差异很小, 即估算的参数值较稳定, 取其算术平均值为本文算例的参数值。

1992 年 8 月 21 日对水磨河进行第 4 次水质监测。利用这次资料进行了硫磺沟至污水库 6 个断面, 3 种水质要素的水质模拟 (图略)。在 18 个模拟值中, 14 个值的相对误差较小, 只有污水库断面的 3 个值和第二附院断面氨氮模拟值相对误差较大, 其原因复杂, 经仔细分析, 可以排除模型本身的原因。6 个断面的平均相对误差, 碳化 BOD<sub>5</sub> 是 16.21%, 氨氮是 23.35%, 溶解氧是 20.53%。若不考虑污水库断面相对误差比较大的因素, 平均相对误差更低。从总体上看, 模拟是比较成功的。

## 5 结 语

根据干旱地区的自然地理条件, 河流的实际情况和污染特点, 兼顾现有的水质监测资料, 建立了适用于干旱地区河流的水质模型。模拟结果表明, 所建模型概念明确, 形式较简单, 基本反映了实际系统的重要特征, 易于计算机实现。模拟结果较好, 所需资料较少, 在干旱地区有广泛的应用价值。

**致谢:** 本文得到芮孝芳教授的悉心指导, 特此致谢。

### 参 考 文 献

- 1 H B 费希尔. 内陆及海洋近海水域中混合. 北京: 水利电力出版社, 1987
- 2 W 金士博. 水环境数学模型. 北京: 中国建筑工业出版社, 1982
- 3 傅国伟. 河流水质数学模型及其模拟计算. 北京: 中国环境科学出版社, 1987. 256~258
- 4 S Rinaldi et al. Modeling and control of River Quality, M c Graw- Hill Inc, 1979

## Study on River Dynamic Water Quality Model in Arid Regions

He Binyu

(*Geography Department, Xinjiang University, Urumqi 830046*)

**Abstract:** This paper bases on hydrology and hydraulic characteristics to simplify convection disperse functions reasonably and gives a dynamic analytic solutions under instantaneous suddenly draining sewage conditions. This paper also develops a river water quality model with arid region characteristics including three basic water quality factors, carbonized BODs, ammoniated nitrogen, and dissolved oxgen, deduces a water quality modeling matrix, and applies it to simulate and estimate the water quality dynamic process in the Shui Mohe River in the arid Urumqi region.

**Key words:** arid regions; river; water quality model; simulation.