

基于不规则三角形网格和有限体积法的 物理性流域水文模型

王 蕾¹, 田富强², 胡和平²

(1. 中国水利水电科学研究院, 北京 100048 2. 清华大学水利水电工程系, 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 传统的栅格离散方式不能很好反映流域水文过程的边界特征, 且难以实现流域水文过程的多尺度模拟。采用有限体积法构建了基于不规则三角形网格的物理性水文模型, 将物理性描述的偏微分方程组在控制体内积分得到空间半离散的常微分方程组, 保证数值求解中的水量平衡, 并可与概念性描述部分水文过程(如截留、填洼等)的常微分方程组更好地耦合; 建立了数值求解方案, 采用 Triangle 对计算区域进行离散, 并在沁河上游流域进行了验证, 结果表明模型具有较高的模拟精度和良好的应用前景。

关键词: 物理性水文模型; 三角形网格; 有限体积法; 水文模拟

中图分类号: TV 122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-6791(2010)06-0733-09

具有物理基础的流域水文模型是水文模拟方法发展的重要方向, 在新的国际水文十年研究计划“缺资料地区的水文模拟”中有重要地位^[1]。Freeze 和 Harlan^[2]于 1969 年提出的基于微观力学方程的物理性流域水文模型的“蓝本”(简称 FH69 蓝本)在流域水文模拟实践中尽管存在不少疑问^[3], 但仍然是当前众多物理性流域水文模型的基础, 并作为研究型的机理模型在许多场合有着重要应用, 深化了对流域水文过程机理的认识^[4-5]。在 FH69 蓝本中, 流域主要水文过程的规律由相互耦合的偏微分方程组来描述, 模型的参数具有明确的物理意义, 可通过试验和观测获得, 流域水文模拟的任务转变为在一定的边界条件和初始条件下数值求解流域整体上的数学物理方程。在数值求解中空间离散是第一步, 其作用一方面是方程离散求解的要求, 另一方面也是描述流域下垫面条件空间变异性的要求。因此, 在物理性水文模型中对空间离散有两方面的限制, 一是数值求解稳定性和收敛性的要求, 二是适当描述流域下垫面条件空间变异性的要求。

在所有下垫面因素中, 地形对流域水文响应的决定作用最大, 地形描述的误差是水文模型误差的最重要来源之一。传统描述流域地形的的方法有 3 种: 栅格法 (GRID)、等高线法和不规则三角形网格法 (TN)。GRID 法描述地形具有简单方便的优点, 因此在流域水文模型构建中得到了广泛的应用, 但不能很好反映流域水文过程的边界特征, 且难以实现流域水文过程的多尺度模拟, 在高分辨率地形数据日益丰富的情况下其局限性也越来越明显; 等高线法描述地形时具有多精度的特性, 且可以直接利用已有的人工绘制的大量等高线图, 但在流域水文模型中应用时存在数据结构复杂、存储量大、难以建立有效的数值算法等缺点, 因此较少应用; 而 TN 法则不仅能够高效率地描述地形, 而且广泛应用于偏微分方程的有限单元法和有限体积法求解中, 在物理性水文模型中有广阔的应用前景, 采用 TIN 进行流域下垫面的离散成为构建物理性流域水文模型的新趋势^[3-6]。总的来讲, 这方面的研究工作尚处于起步阶段, 已有的工作主要包括 Tachikawa 等^[7]于 1996 年研制的 BGIS 模型, Viron 等^[8]提出的 RBS 模型以及 Qu 和 Duffy 等^[9]建立的 PHM 模型, 其中 BGIS 和 RBS 模型是概念性水文模型, 对流域水文过程特别是土壤水和地下水运动的描述疏于粗略, PHM 模型

收稿日期: 2009-08-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50779022)

作者简介: 王 蕾 (1980-), 女, 湖北十堰人, 工程师, 主要从事水文模型、农业节水等研究。

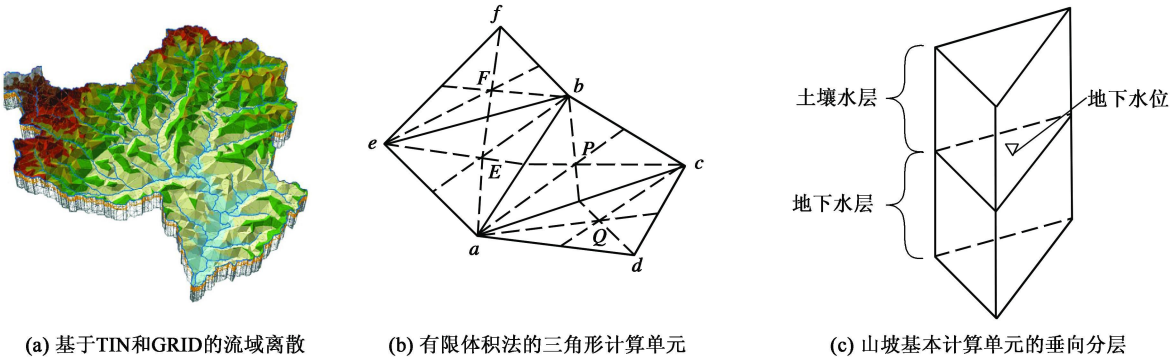
E-mail wanglei1997@tsinghua.org.cn

是近期开发的基于不规则三角形网格的物理性水文模型，采用动力学方程描述地表、土壤和地下的主要水文过程，通过界面间的通量将不同的计算单元和不同的水文过程耦合在一起，是国际上目前较为完善的基于 TN 的物理性水文模型。本文采纳 PHM 模型的建模思路，运用有限体积法构建了基于 TN 的物理性流域水文模型，采用动力学方程对流域上发生的各水文过程进行描述，采用有限体积法进行偏微分方程的空间离散，其方法可推广应用于基于其它形式不规则网格的物理性水文模型的构建。

1 基于不规则三角形网格的空间离散

模型采用不规则三角形和矩形网格相结合的方法对流域进行离散，在离散得到的基本计算单元上，采用微观尺度上的偏微分方程组对各主要水文过程进行机理性描述，采用有限体积法建立偏微分方程组的积分方程。在每个离散单元内部，地表、土壤和地下部分之间垂向的水量交换项以边界条件的形式将描述不同水文过程的积分方程耦合在一起；在相邻的离散单元之间，侧向的水量交换项以边界条件的形式将描述不同离散单元的积分方程组耦合在一起，最终形成描述整个流域垂向和侧向水流运动耦合的偏微分方程组。从数值求解的角度来看，最终形成的方程组规模很大，且由于不同部分水流运动速度的差异而具有很强的“刚性”，需要采用有效的方法进行数值求解。

不规则三角形网格系统的数据存储格式简单，单元间的空间关联属性很容易描述，基本方程在边界上的积分虽比矩形栅格复杂一些，但相对其它不规则网格容易。因此，TIN 是一个具有多空间尺度且边界形状简单的计算网络系统，其精度优于栅格单元，而复杂度小于其它不规则网格单元，是一个高效而简单的计算网格形式。本文在流域离散时首先将流域划分为河网和山坡两部分，然后再进一步进行山坡和河网的离散。山坡部分通过平行地表方向划分三角形网络和垂直地表方向分层形成三棱柱形状的基本计算单元，如图 1 所示，可利用在矩形边界上进行控制容积积分比较方便的优点减少积分方程的复杂程度和数值求解的难度；作为山坡部分三角形网格离散的边界条件，河网的离散是山坡三角形离散的直接结果，如图 1(b)所示，每条河段(图 1(b)中的 ab)对应两个三角形单元(图 1(b)中的三角形单元 abc 和 aeb)，该河段接受山坡上这两个三角形对应的基本计算单元的来流作为源项。在垂直地表方向上，基本计算单元以地表和不透水层作为上下边界，中间以地下水位为界分为土壤水层和地下水层两部分。其中，地表积水部分为地表水层，是坡面水流运动的场所；地表和地下水位之间为土壤水层，是土壤水分运动的场所；地下水位和不透水边界之间为地下水层，是地下水流运动的场所。



注：(b) 中 ab 为河段单元， abc cda aeb 和 bef 为山坡三角形单元， P ， Q ， E 和 F 为计算节点

图 1 基于 TIN 和 GRID 相结合的空间离散

Fig. 1 Spatial discretization of model domain based on TIN and GRID

根据流域下垫面的多种属性建立三角形网格划分的约束条件，遵循以下原则^[10]：① 靠近河谷区域主要参考地形指数等值线；② 靠近山坡山脊主要参考坡度等值线；③ 综合河网、子流域、土地利用、土壤图层、以及由雨量站生成的泰森多边形等多种信息；④ 符合数值求解方法稳定性、收敛性的要求。据上述原

则, 使用 ArcInfo 选择关键点、线和边界, 并将导出的数据文件导入 Triangle 软件^[11]进行优化, 生成最终计算网格, 采用网格中心式建立有限体积法的计算网格, 即选取三角形网格的某种形心 (如图 1(b) 中的外心) 作为节点, 网格单元为控制体积, 网格内状态变量和参数假设为线性分布。

2 基于有限体积法的方程离散

对基于物理水流方程的流域水文模型进行数值求解时需将偏微分方程在一定的网格系统内离散, 用网格节点处的场变量值近似描述偏微分方程中各项所表示的数学关系, 按一定的物理定律或数学原理构造与微分方程相容的离散代数方程组。引入边界条件后求解离散代数方程组, 得到各网格节点处的场变量分布, 用这一离散的场变量分布近似代替原微分方程的解析解。当前应用广泛的求解流体流动的方法有: 有限差分法、有限元法和有限体积法。有限体积法^[12]可以视为有限差分法和有限元法的中间物, 其基本思想是将计算区域划分为一系列不重复的控制体积, 在每个控制体积中取一计算节点, 将微分方程对每一个控制体积积分, 得出一组离散方程, 其未知数是计算节点上特征变量的数值 (与有限差分法类似), 但在节点间须假定变量的变化规律 (与有限元法类似), 其特点包括: ①有限体积法的出发点是积分形式的控制方程, 这一点不同于有限差分法; 同时积分方程表示了特征变量在控制容积内的守恒特性, 这又与有限元法不一样; ②积分方程中每一项都有明确的物理意义, 使得方程离散时, 对各离散项可以给出一定的物理解释; ③区域离散的节点网格与进行积分的控制容积分立, 一般来讲各节点 (如图 1(b) 中的 P 、 Q 、 E 和 F 点) 有互不重叠的控制容积 (如图 1(b) 中相应的三角形单元 abc 、 cda 、 eba 和 qfb), 整个求解域中场变量的守恒可以通过各控制容积中变量的守恒来保证。由于这些特点, 有限体积法已成为当前求解流动和传热问题数值计算中最成功的方法, 被绝大多数工程流体和传热计算软件采用, 在计算洪水演进、地表水体污染物扩散和悬浮物与泥沙运移等领域的应用取得了成功。

本文基于不规则三角形网格建立流域物理性水文模型, 根据以上讨论的有限差分法、有限元法和有限体积法的特点, 采用有限体积法建立偏微分方程的离散方案。建立土壤水、地下水、坡面二维水流和河道一维水流运动的质量与动量守恒方程作为模型的基本方程, 降水、蒸发、填洼以及人类活动用水等过程均作为基本方程的源汇项, 可采用不同的方法进行概化。

2.1 土壤水和地下水运动

土壤水在三维空间中运动, 遵循质量守恒原理和达西定律。控制体 Ω_i (体积记为 V_i) 内微元 dV 上的质量守恒方程为

$$C(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + s_1 \quad (1)$$

式中 ϕ 为基质势; $C(\phi)$ 为比水容量; q_x 、 q_y 和 q_z 分别为微元内 x 、 y 和 z 三个方向上的土壤水分通量; s_1 为控制体内的源汇项, 包括蒸散发和人类取用水等。

以基本计算单元的土壤水层为控制体, 对式 (1) 在控制体内积分可得

$$\iiint_{\Omega_i} C(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} dV = \iiint_{\Omega_i} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dV + \iiint_{\Omega_i} s_1 dV \quad (2)$$

记控制体 Ω_i 的边界为 $\partial\Omega_i = \{\Gamma_{u\bar{i}}, \Gamma_{d\bar{i}}, \Gamma_{p\bar{i}\alpha}, \Gamma_{p\bar{i}\beta}, \Gamma_{p\bar{i}\gamma}\}$, 包括三棱柱的 1 个上界面 $\Gamma_{u\bar{i}}$ 、1 个下界面 $\Gamma_{d\bar{i}}$ 和 3 个侧界面 $\Gamma_{p\bar{i}j}$ ($j = \alpha, \beta, \gamma$), 对应的面积依次为 $A_{u\bar{i}}$ 、 $A_{d\bar{i}}$ 和 $A_{p\bar{i}j}$ ($j = \alpha, \beta, \gamma$)。式 (2) 根据高斯公式^[13]可以做如下变换:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega_i} C(\phi) \phi dV = \iint_{\partial\Omega_i} (q_x + q_y + q_z) dA + \iiint_{\Omega_i} s_1 dV \quad (3)$$

令 $\iiint_{\Omega_i} C(\phi) dV = V_i \overline{C(\Psi_i)}$, $\iiint_{\Omega_i} s_1 dV = V_i S_{1\bar{i}}$, $\iint_{\partial\Omega_i} (q_x + q_y + q_z) dA = Q_{u\bar{i}} A_{u\bar{i}} + Q_{d\bar{i}} A_{d\bar{i}} + \sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} Q_{p\bar{i}j} A_{p\bar{i}j}$, 其中 $\overline{C(\Psi_i)}$

为控制体土壤水层的体积平均比水容量; Ψ_i 为控制体土壤水层的有效基质势; $S_{1\bar{i}}$ 为控制体土壤水层的平均源汇通量; $Q_{u\bar{i}}$ 、 $Q_{d\bar{i}}$ 和 $Q_{p\bar{i}j}$ ($j = \alpha, \beta, \gamma$) 分别为控制体上边界、下边界和 3 个侧边界的平均法向通量。对式 (3)

进行代换可得

$$V_i \overline{C(\Psi_i)} \frac{d\Psi_i}{dt} = Q_u A_{ui} + Q_d A_{di} + \sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} Q_{pj} A_{pj} + V_i S_{1j} \quad (4)$$

边界通量采用达西定律计算, 其中侧边界通量的计算公式如下:

$$Q_{pj} = \overline{K_{pj}} \frac{\Psi_j - \Psi_i}{l_{ij}}, \quad j = \alpha, \beta, \gamma \quad (5)$$

式中 $\overline{K_{pj}}$ 为控制体 i 和相邻的控制体 j 之间的平均导水率; l_{ij} 为控制体 i 节点和相邻控制体 j 节点之间的距离。如图 1(b) 中, 设 i 和 j 节点分别为 P 和 Q , 则 l_{ij} 为线段 PQ 的长度。

上边界为入渗或蒸发边界, 其通量计算公式可统一表示为

$$Q_{ui} = K_1(\Psi) \frac{(\Psi_i + l_{ui}) - H_1}{l_{ui}} - Q_E \quad (6)$$

式中 $K_1(\Psi)$ 为土壤水层的平均导水率; H_1 为地表积水深度, 无积水时该项为 0; l_{ui} 为土壤水层到地表层的距离, 可取为土壤水层厚度的一半; Q_E 为蒸发项, 可采用彭曼公式等方法进行计算。

下边界通量的计算公式为

$$Q_{di} = \overline{K_2(\Psi)} \frac{(\Psi_i + l_{di}) - H_2}{l_{di}} \quad (7)$$

式中 $\overline{K_2(\Psi)}$ 为土壤水层和地下水层的平均导水率; H_2 为地下水层的水头; l_{di} 为土壤水层到地下水层的距离, 可取为土壤水层和地下水层厚度的一半。

对方程 (4) 等号左边项采用前向差分, 可得到如下的积分公式:

$$V_i \overline{C(\Psi_i)} \frac{\Psi_i^{t+1} - \Psi_i^t}{\Delta t} = K_1(\Psi) \frac{(\Psi_i + l_{ui}) - H_1}{l_{ui}} + \overline{K_2(\Psi)} \frac{(\Psi_i + l_{di}) - H_2}{l_{di}} + \sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} \overline{K_{pj}} \frac{\Psi_j - \Psi_i}{l_{ij}} A_{pj} - Q_E + V_i \overline{S_{1i}} \quad (8)$$

土壤水分特征曲线采用 Brooks-Corey 公式^[14]:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = A \phi^{-\beta}, \quad K(\phi) = \alpha \phi^{-\beta m} \quad (9)$$

式中 θ 为土壤含水率; θ_s 和 θ_r 分别为土壤饱和含水率和残余含水率; A 、 α 、 m 、 β 为经验常数。

地下水运动方程类似于土壤水分运动方程, 采用统一方法进行求解。

2.2 坡面二维地表水运动

采用二维圣维南方程组的运动波模型, 控制体为地表的不规则三角形, 记为 D_s 。其面积记为 A_s 。控制体内微元 dA 上的运动波模型为

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = s_2 \quad (10)$$

式中 h 为水头; u 和 v 分别为 x 和 y 方向的流速; 在运动波模型中采用下式计算。

$$\frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = S_{0x}, \quad \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = S_{0y} \quad (11)$$

式中 S_{0x} 和 S_{0y} 为 x 和 y 方向的重力比降, 即坡度; n 为曼宁系数。

类似地, 对式 (10) 在控制体 D_i 内积分可得

$$\iint_{D_i} \frac{\partial h}{\partial t} dA + \iint_{D_i} \left[\frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} \right] dA = \iint_{D_i} s_2 dA \quad (12)$$

式 (12) 根据格林公式变换为

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{D_i} h dA + \oint_{\partial D_i} (hu - hv) dl = \iint_{D_i} s_2 dA \quad (13)$$

令 $\frac{\partial}{\partial t} \iint_{D_i} dH = A_i \frac{dH_i}{dt}$, $\iint_{D_i} dH = A_i S_{2i}$, $\oint_{\partial D_i} (hu - hv) dl = \sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} Q_{p\bar{j}} l_{p\bar{j}}$, 其中 H_i 为等效水头; S_{2i} 为坡面流的平均源汇通量, 包括降水和入渗, 河道两侧的坡面较为特殊, 坡面上的水流汇集至坡底沿着河道流走; $Q_{p\bar{j}} (j=\alpha, \beta, \gamma)$ 为通过三角形的 3 条边的平均法向通量, 采用旋转变换的方法进行求解。对式 (13) 中各项进行代换并对时间项采用前向差分可得到如下的积分方程式:

$$A_i \frac{H_i^{n-1} - H_i^n}{\Delta t} + \sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} Q_{p\bar{j}} l_{p\bar{j}} = A_i S_{2i}$$

(14)

2.3 河网一维汇流

河网汇流为一维水流演进, 河段两侧为坡面入流, 计算采用一维运动波模型, 动量方程使用曼宁公式。

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial A}{\partial t} = s_3, \quad Q = K_p A^\beta$$

(15)

式中 Q 为河道内流量; l 为沿河道方向; A 为过水断面面积; s_3 为河道两侧的坡面入流量。

式 (15) 的有限体积法离散公式为

$$(Q_i - Q_{i-1}) \Delta t + (A_i - A_{i-1}) \Delta l = s_3 \Delta t \Delta l$$

(16)

3 离散方程的数值求解

经过有限体积法离散后, 坡面二维水流运动和土壤水及地下水运动方程可写成统一的标准三对角形式。

$$-a_{i\alpha} \varphi_{i\alpha} - a_{i\beta} \varphi_{i\beta} - a_{i\gamma} \varphi_{i\gamma} = -a_i \varphi_i + B + S$$

(17)

式中 $i\alpha, i\beta$ 和 $i\gamma$ 为与控制体积 i 共享边界的 3 个三角形单元, 若控制体积 i 位于区域边界上, 则只有两个相邻三角形单元, 方程右侧为区域边界条件项, 为源汇项, 当控制体积 i 位于区域内部, 则方程右侧只有源汇项。

每一时段计算时, 假设式 (17) 等号右侧变量值, 经过一轮消元回代, 可求得该假设变量的新值, 作为新一轮迭代的假设值, 继续计算, 直到该假设变量值收敛为止, 然后进行下一时段的演进。

模型的计算流程如图 2 所示。

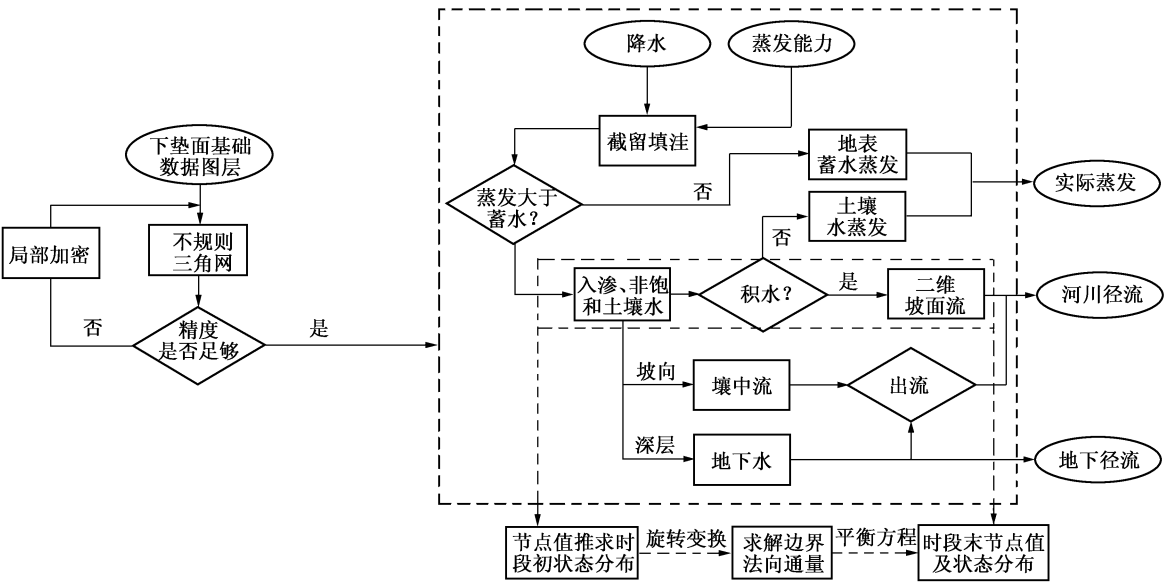


图 2 模型计算流程图

Fig 2 Flow chart of model calculation procedure

4 模型在沁河上游流域的应用

4.1 流域概况

选择沁河流域孔家坡水文站以上地区作为实例，进行水文过程的模拟。研究区域面积约 1 352 km²，海拔高程 1 100~ 2 000 m，多为石山林区和土石丘陵区，研究主要土壤类型为褐土和淋溶褐土(图 3(d))，土地利用有 6 种类型，其中 80% 以上为林地和草地(图 3(e))。研究区 DEM 是以 NASA 提供的 SRTM 90m 数据为基础，经过 GTOPO30 数据以及黄河流域 1: 25 万等高线图校正后得到，水平分辨率为 100 m，使用 ArcInfo 软件进行洼地填充(图 3(a))并生成河网(图 3(b))，使用 ArcInfo 的 SLOPE 函数生成坡度栅格文件结果如图 3(c) 所示，根据下式计算地形指数。

$$\lambda = \ln \left[\frac{(A_{cc} + 1)L^2}{L_e \tan \beta} \right]$$

(18)

式中 λ为地形指数; A_{cc}为从上游汇流到该点的单元数目; L_e为栅格单元的边长 L (水平或垂直方向)或√2L (对角线方向); β为该点处的坡度。

研究区域有雨量站 12 个，蒸发观测站 1 个，流域出口处为孔家坡水文站，多年平均降雨量为 635 mm，降雨的时空变异性强，采用泰森多边形方法将地面雨量站实测点雨量扩展到面雨量(见图 3(f))。

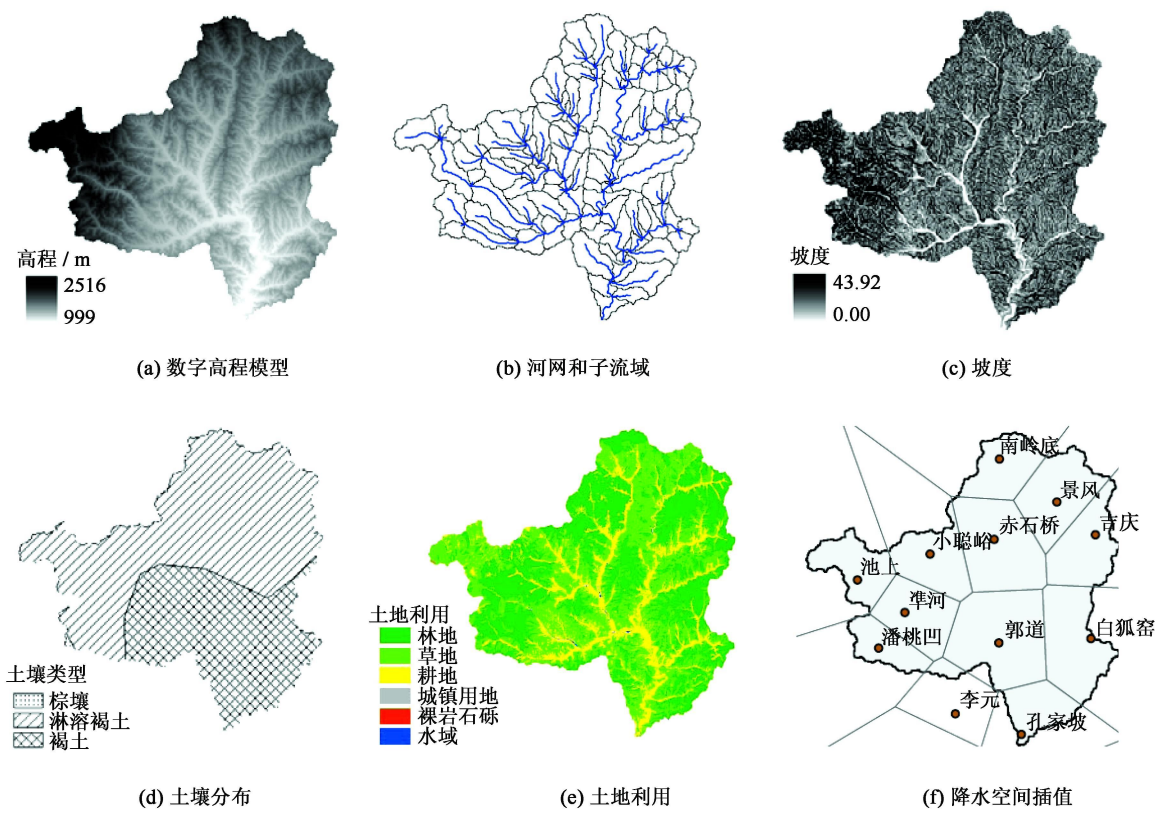


图 3 研究区基本情况

Fig.3 Basic information of the study area

对流域下垫面的多种属性数据进行分析，土地利用以及由 DEM 生成的坡度、地形指数、河网、流域边界等水文特征属性和地形属性，生成的不规则三角形网格由 7 000 多个三角形单元组成(见图 1(a))，原 100 m × 100 m 栅格 DEM 中总网格数 254 520 个，远大于 TN 的三角形单元数。在 TIN 中，高程模型由 TN 中的点

和线及其连接关系构成, 是一个连续的表面。但表面的形成需要用一定的插值方法, 选取不同的插值方法, 生成的地形连续性和光滑度有较大的差异, 采用 ArcIno 软件提供的 5 次方插值比较合适^[10]。

4.2 模型率定和验证

模型使用的土壤垂向、侧向饱和导水率以及水分特征曲线经验参数, 参考了同类型土壤饱和导水率与水分特征曲线参数的实验结果作为初始值, 选取了一个较干旱的年份 (1987 年) 和一个较湿润的年份 (1988 年) 进行率定, 以孔家坡水文站流量过程作为比较准则, 以土壤类型和土地利用类型分布确定参数的空间分布形式, 在参考试验值的取值范围内对模型参数进行调整, 以效率系数、平均误差和相对误差作为定量评价指标, 其计算公式如下:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{oi} - Q_{si})^2}{n} \bigg/ \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{oi} - \bar{Q}_{oi})^2}{n}, M_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Q_{oi} - Q_{si}|}{Q_{oi}}, R_e = \frac{1}{n\bar{Q}_{oi}} \sum_{i=1}^n |Q_{oi} - Q_{si}|$$

(19)

式中 R^2 为 Nash 效率系数; Q_{oi} 为场次洪水流量的实测值; Q_{si} 为场次洪水流量的模拟值; $\bar{Q}_{oi}$ 为场次洪水流量的均值; n 为实测流量数据的个数; M_e 为平均误差; R_e 为 WMO 建议的相对误差。

采用试错法进行人工调参, 率定期模拟与观测的流量过程如图 4 所示, 评价指标如表 1 所示。

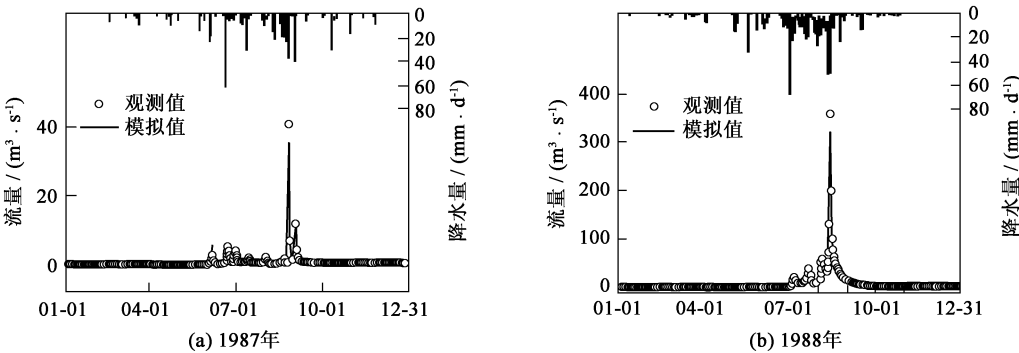


图 4 模型率定期模拟与观测流量过程对比

Fig. 4 Comparison between observed and simulated streamflow for calibration period

对研究区内 1986~ 1990 年进行连续模拟, 流域出口流量过程如图 5 所示, 模型评价指标如表 1 所示。总的来说, 验证期模拟结果和实测流量过程吻合较好, 效率系数在率定期略优于验证期, 流量较大的年份模拟结果较好。

表 1 模型效率系数和误差

Table 1 Evaluation merits for both calibration and validation periods

年份	R^2	M_e	R_e
1986	0.677	0.386	0.234
1987	0.727	0.374	0.291
1988	0.728	0.396	0.349
1989	0.683	0.371	0.32
1990	0.716	0.317	0.279

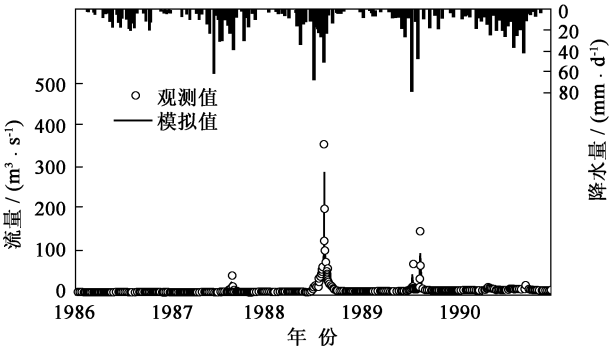


图 5 1986~ 1990 年模拟与实测流量过程对比

Fig. 5 Comparison between observed and simulated streamflow for 1986~1990

5 结 论

不规则三角形网格具有多尺度并存的特性, 是描述地形、土地利用、土壤等下垫面属性空间变异性的有效方法, 与规则网格相比有明显的优势, 采用不规则三角形网格构建物理性流域水文模型是水文模拟方法的一个重要发展方向。本文建立了基于微观尺度力学方程的物理性流域水文模型, 结合不规则三角形网格和栅格方式对流域进行划分, 能够灵活地描述下垫面属性的空间变异性和各种不规则边界, 容易在局部加密, 以三棱柱作为基本计算单元, 并可根据需要在垂向分层, 描述流域下垫面条件具有方便灵活的特点; 采用有限体积法建立模型求解的数值方案, 其离散方程在本质上是单元内和单元间的物质守恒方程, 在理论上可以基于任意形状的不规则网格进行空间离散, 具有很好的守恒性质。在沁河上游流域的应用表明, 模型有较高的模拟精度, 具有良好的发展前景。

在模型得到的有限体积法离散方程中, 方程本身体现了质量守恒原理, 适用于各种尺度, 具有“无限”精度, 其中的单元边界水流通量项则体现了不同水流介质中的“本构关系”, 是“尺度依赖”的, 仅具有“有限”精度, 理论上是模型结构误差的主要来源之一, 需要进一步的深入研究。

参考文献:

- [1] SNAPALAN M, TAKEUCHI K, FRANKS S W, et al. IAHS decade on Predictions of Ungauged Basins (PUB): Shaping an exciting future for the hydrological sciences [J]. *Hydrol Sci J*, 2003, 48(6): 857-879.
- [2] FREEZE R A, HARLAN R L. Blueprint for a physically-based digitally-simulated hydrologic response model [J]. *Journal of Hydrology*, 1969, 9(3): 237-258.
- [3] 胡和平, 田富强. 物理性流域水文模型研究新进展 [J]. *水利学报*, 2007, 38(5): 511-517. (HU Heping, TIAN Fuqiang. Advancement in research of physically based watershed hydrological model [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, 38(5): 511-517. (in Chinese))
- [4] ABBOTT M B, BATHURST J C, CUNGE J A, et al. An introduction to the European hydrological system-Système Hydrologique Européen, 'SHE': The history and philosophy of a physically-based, distributed modelling system [J]. *Journal of Hydrology*, 1986, 87(1/2): 45-59.
- [5] ZHEHE E, LEE H, SNAPALAN M. Dynamic process upscaling for deriving catchment scale state variables and constitutive relations for meso-scale process models [J]. *Hydrol Earth Syst Sci*, 2006, 10: 981-996.
- [6] 王蕾. 基于不规则三角形网格的物理性流域水文模型研究 [D]. 北京: 清华大学, 2006. (WANG Lei. Study on physical watershed hydrological model based on triangulated irregular network [D]. Beijing: Tsinghua University, 2006. (in Chinese))
- [7] TACHIKAWA Y, TAKASAO T. TIN-based topographic modelling and runoff prediction using a basin geomorphic information system [C] // KOVAR K, NACHTNEBEL H P. Application of geographic information system in hydrology and water resources management. Oxfordshire: IAHS-AISH Publication, UK, 1996: 225-232.
- [8] VIVONIERE R, NANOV V Y, BRAS R L, et al. On the effects of triangulated terrain resolution on distributed hydrologic model response [J]. *Hydrol Process*, 2005, 19: 2101-2122.
- [9] QU Y, DUFFY C J. A semi-discrete finite volume formulation for multiprocess watershed simulation [J]. *Water Resour Res*, 2007, 43, W08419. doi: 10.1029/2006WR005752.
- [10] NIG, WANG L, TIAN F, et al. Generation of triangulated irregular networks for distributed hydrological modeling [C] // Hydrological Research in China: Process Studies, Modeling Approaches and Applications. Oxfordshire: IAHS-AISH Publication, UK, 2008: 102-107.
- [11] SHEWCHUK J R. Delaunay refinement algorithms for triangular mesh generation [J]. *Computational Geometry: Theory and Application*, 2002, 22(1/2/3): 21-74.
- [12] 李人宪. 有限体积法基础 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008. (LI Renxian. Fundamental of finite volume method [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese))

- [13] 扈志明, 韩云瑞. 微积分教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. (HU Zhiming HAN Yunrui Calculus [M]. Beijing Tsinghua University Press 2000. (in Chinese))
- [14] BROOKS R J COREY A T. Hydraulic properties of porous media [R]. Fort Collins: Colorado State University, 1964.

Physically based hydrological model using finite volume methods based on a triangulated irregular network*

WANG Lei¹, TIAN Fu-qiang², HU He-ping²

(1. Department of Water Resources, China Institute of Water Resources & Hydropower Research, Beijing 100048, China)

2. Department of Hydraulic Engineering, State Key Laboratory of Hydro-Science and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract The physically based hydrological models are based on the physical descriptions of water movement within the overland, river channel and soil, which makes it promising that the hydrological modeling depends less on the calibration of watershed responses while depends more on the observations and measurements of climate and landscape themselves. The spatial discretization is the very first step in the development of physically based models, and at the same time, it is also the principle way to represent the spatial heterogeneity of landscape properties such as topography, soil, vegetation, etc. The grid based method for spatial discretization is one of most commonly used ways for its simplicity. However, the method cannot represent the heterogeneity in a realistic and efficient manner, and most importantly, the grid based models may not be suitable for the modeling of multiscale hydrological processes. In this study, a physically based hydrological model is developed on a triangulated irregular network (TN). The model partial differential equations (PDEs) derived at micro-scales include the Richards equation and Saint-Venant equations. The model is resolved numerically using the finite volume method (FVM) that can integrate the PDEs over the controlling space into ordinary differential equations (ODEs). The use of FVM can ensure the balancing of water mass in the numerical solution, as well as makes it easier when coupling to other ODEs of canopy interception and ground depression. The model is tested over the upper region of the Qin river basin. The results show the reasonable modeling accuracy and efficiency.

Key words physically based hydrological model; triangulated irregular network; finite volume method; hydrological modeling

* The study is financially supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 50779022).