

LOTUS 1-2-3 在非稳定流抽水试验 参数计算中的应用^{*}

周 新 国

(水利部 农田灌溉研究所 新乡 453003)
中国农业科学院

摘 要 用高斯-牛顿迭代算法分析非稳定流抽水试验数据, 使用 LOTUS1-2-3 的电子报表、数据库管理、图形技术、矩阵运算等功能, 可计算出多次迭代运算后最佳含水层导水系数 T , 储水系数 μ_e 和渗透系数 k , 计算过程简洁、省时、高效。

关键词 非稳定流 抽水试验 参数计算 迭代运算

分类号 P641.2; O241.2

1 前 言

利用非稳定流抽水过程中的降深观测数据, 计算含水层参数, 不少学者依据泰斯公式提出许多方法, 如应用较多的标准曲线对比法、直线图解法和切线法等, 这些方法有的只能利用个别数据求解, 有的需绘制特制图表, 应用中均有其局限性, 且不能对所求参数可靠性进行有效评价。随着计算机技术的发展, 产生了计算机编程的最小二乘法, 但在初值选取上未给出足够分析, 会遇到迭代过程发散, 给使用者带来不便, 本文提出的方法克服了上述缺点。

2 LOTUS 1-2-3 软件的集成环境

LOTUS 1-2-3 (简称“1-2-3”)是美国 LOTUS 公司为 IBM-PC 机开发的集软件, 它将电子数据表、图形处理和数据库管理系统三者有机结合在一起, 用统一格式的命令, 相同的术语, 对一批数据作连续的处理, 把以前分隔成几个作业的问题合成一个作业, 给数据交换带来方便。另外人们可以利用“1-2-3”灵活地组合它的各个功能来完成微机编程难以完成的任务, 例如, 把数据转换为图形, 直观地显示各数据间的关系, 帮助人们决策分析。

LOTUS 1-2-3 处理最大矩阵为 80×80 , 因此使用中若降深观测值个数大于 80, 从中任取 80 个数据作分析, 不影响分析结果。

3 分析方法

3.1 数据采集和数据库的建立

若抽水试验井从 $t=0$ 开始, 以定流量 Q 抽水, 在抽水过程中, 记录不同时刻 t_i 、距抽水井距离 R_i 的降深值 S_i 。

^{*} 收稿日期: 1996-2-5; 修改稿日期: 1997-7-15。

抽水试验所采集的各种要素数据的整体就是一个数据集，在数学上用数据矩阵 A 表示：

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

式中 a 代表各种要素，而由“1-2-3”数据库系统所构筑的各种要素数据库则看成一张和数据矩阵对应的关系数据库的二维数据表，其逻辑数据结构如表 1

表 1 数据库逻辑数据结构

Table 1. Logic data Structure of the data base

	F_1	F_2	F_3	...	F_n
R_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}
R_1	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}
R_1	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
R_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	...	a_{nm}

表中 R 代表数据记录， F 代表数据场，是一个字符或数字，所有数据存贮在“1-2-3”工作表的行列结构中，用户可以用“1-2-3”强大而灵活的功能去建立和修改记录。

3.2 数学模型

泰斯公式是分析非稳定井流抽水试验的理论基础，其公式形式如下：

$$S = \frac{QW(u)}{4\pi KM} \tag{1}$$

$$W(u) = \int_0^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = -0.577216 - \ln u - \sum_{n=1}^\infty (-1)^n \frac{u^n}{n \times n!} \qquad u = R^2 \frac{\mu_e}{4Tt}$$

式中 S 为观测孔水位降深 (m)， $S = H_0 - h$ ； H_0 为抽水前的水位高程 (m)； h 为计算时的水位高程 (m)； Q ——抽水流量 (m^3/s)； T 为导水系数 (m^2/s)； $W(u)$ 为井函数； t 为自开始抽水算起的计算时间 (s)； R 为计算点至抽水井的距离 (m)； K 为含水层的渗透系数 (m/s)； M 为含水层厚度 (m)； μ_e 为储水系数； $T = KM$ 。

3.3 目标函数

为了充分利用“1-2-3”矩阵运算特性，采取矩阵形式推导，设 S 为观测量列阵，矩阵形式为 $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)^T$ ， X 为参数列阵， $X = (\mu_e t)^T$ 。

因为函数 $S(r_i, t_i, \mu_e, T)$ 是 μ_e, T 的非线性函数，可首先选取参数列阵 $X_0 = (\mu_e^0 T^0)^T$ ，根据泰勒公式展开可得到一阶近似关系

$$\Delta S \approx A \Delta X \tag{2}$$

式中 $\Delta S = S - S(X_0) \qquad \Delta X = X - X_0$

导数矩阵为

$$A = \left[\frac{\partial}{\partial X} \right]_{X_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial \mu_e} & \frac{\partial s_1}{\partial T} \\ \frac{\partial s_2}{\partial \mu_e} & \frac{\partial s_2}{\partial T} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial s_n}{\partial \mu_e} & \frac{\partial s_n}{\partial T} \end{bmatrix}_{X_0} \quad (3)$$

式中 n 为观测次数, 可通过数值微分法计算导数矩阵 A 。

残差 (降深观测值和计算值之差) 表示成矩阵形式为 $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$

式中 $v_i = s_i - s(r_i, t_i, \mu_e, T)$

由式 (2) 可知, $v_i \approx s_i - s(r_i, t_i, \mu_e^0, T^0) - D_{\mu_e, i} \Delta \mu_e - D_{T, i} \Delta T$

$$\text{式中} \quad \begin{cases} D_{\mu_e, i} = \left. \frac{\partial s(r_i, t_i, \mu_e, T)}{\partial \mu_e} \right|_{\substack{\mu_e = \mu_e^0 \\ T = T^0}} \\ D_{T, i} = \left. \frac{\partial s(r_i, t_i, \mu_e, T)}{\partial T} \right|_{\substack{\mu_e = \mu_e^0 \\ T = T^0}} \end{cases}$$

写成矩阵形式为 $\Delta S = A \Delta X + V$

目标函数 (即残差平方和表达式) 为

$$F = V^T V \quad (4)$$

通过使 (4) 式极小来求参数 X , 为了使 (4) 式极小, 要求 $\frac{\partial F}{\partial X} = 0$, 由矩阵微分性质

$$\frac{\partial F}{\partial X} = \frac{\partial V^T}{\partial X} = 2 \frac{\partial V^T}{\partial X} V = 2 A^T (\Delta S - A \Delta X) = 0 \quad (5)$$

由此参数增量列阵为

$$\Delta X = (A^T A)^{-1} A^T \Delta S \quad (6)$$

此为第一次迭代增量, 可记作 ΔX_1 , 于是参数的一阶近似值为 $X_1 = X_0 + \Delta X$, 再以 X_1 为初值, 应用 (3) 和 (6) 式可计算出第二次迭代的参数增量 ΔX_2 , 依此类推, 直到第 k 次迭代得出

$$X_k = X_{k-1} + \Delta X_k$$

若满足 $\left| \frac{X_k^j - X_{k-1}^j}{X_{k-1}^j} \right| \leq \epsilon$ 则终止计算, 取 X_k 作为参数最佳估计值, 其中 $j = 1, 2, \dots, m$ 为参数序列, ϵ 为预先给定的最小正数, 根据拟合精度选取, 一般收敛标准为 $10^{-2} \sim 10^{-7}$ 。

3.4 误差分析

虽然迭代后的参数是若干可能值中最佳者, 但仍有误差存在, 本文采用算法估计误差, 每次迭代后计算相应目标函数

$$S_k = [S - S(X_k)]^T [S - S(X_k)]$$

参数方差——协方差阵为 $M(X) = (A^T A)^{-1} \sigma^2$

$$\sigma^2 = \frac{S_k}{n - m}$$

$$\sigma = \sqrt{M(X)_{jj}}$$

以上公式推导过程参阅文献 [1]。

4 实 例

实例资料采用文献 [2] 有关数据, 已知抽水井深 120 m, 取水段 80 ~ 110 m, 观测井并深 99 ~ 110 m, 观测孔距抽水井距离为 43 m, 抽水试验记录见表 2。

表 2 抽水试验记录

Table 2. Pumping test records

观测时间				抽水井				观测井	
月	日	时	分	累计时间 (min)	累计时间 (s)	流量 (m ³ /h)	流量 (m ³ /s)	水位 (m)	降深 (m)
6	8	13	30	0	0	60	0.01667	42.04	0.00
6	8	13	40	10	600	60	0.01667	42.77	0.73
6	8	13	50	20	1200	60	0.01667	42.32	1.28
6	8	14	0	30	1800	60	0.01667	43.57	1.53
6	8	14	10	40	2400	60	0.01667	43.76	1.72
6	8	14	30	60	3600	60	0.01667	44.00	1.96
6	8	14	50	80	4800	60	0.01667	44.18	2.14
6	8	15	10	100	6000	60	0.01667	44.32	2.28
6	8	15	30	120	7200	60	0.01667	44.43	2.39
6	8	16	0	150	9000	60	0.01667	44.58	2.54
6	8	17	0	210	12600	60	0.01667	44.81	2.77
6	8	18	0	270	16200	60	0.01667	45.03	2.99
6	8	19	0	330	19800	60	0.01667	45.14	3.10
6	9	0	15	645	38700	60	0.01667	45.50	3.47
6	9	4	4	874	52440	60	0.01667	45.78	3.68

按上述原理, 编制数据表模型, 利用表 2 中观测时间 (s), 观测孔水位降深 s (m) 和抽水井抽水流量 Q (m³/s), 实例中已给出观测孔至抽水井距离 r (m), 并初步选取参数初始近似值, 观察计算值和观测值图形及两者差值变化情况, 具体过程如下:

收敛性用数学方法定义非常复杂, 且在计算过程中难以描述, 但初值选在真值附近时一定会收敛, 用图形表示为计算值和观测变化趋势相同, 差值变化较小, 根据公式 (1), 首先选取任一 u^e , 根据 u^e 的定义, $u^e < 0.1$, 例如假设 u^e 在 0.000001 ~ 0.00001 区间内取值, $T < 0.1$, 选取 $T = 0.1 \sim 0.01, 0.01 \sim 0.001, 0.001 \sim 0.0001, \dots$, 使计算值和观测值图形重合较好及两者差值变化区间较小, 初步选定 T 在 0.001 ~ 0.01 之间, 结果如图 1, 再以 T 区间为定值, 使 $\mu^0_e = 0.1 \sim 0.01, 0.01 \sim 0.001, 0.001 \sim 0.0001, \dots$, 使计算值和观测值图形重合较好及两者差值变化区间较小, 初步选定 $T^0、\mu^0_e$ 取值区间, 结果如图 2, 在初步选定的 μ^0_e 和 T^0 的数量级上进一步缩小选值区间, 使计算值和观测值图形重合更好及两者差值变化区间更小, 最终选定 μ^0_e 和 T^0 , 结果如图 3。这样就使选定的 μ^0_e 和 T^0 接近真实值, 避免迭代过程发散, 且可减少迭代次数。

用上述方法根据选定的 $\mu^0_e = 0.0004, T^0 = 0.002$ 用迭代法进一步求出精确解, 收敛标准 ϵ 为 10^{-4} , 结果如表 3。

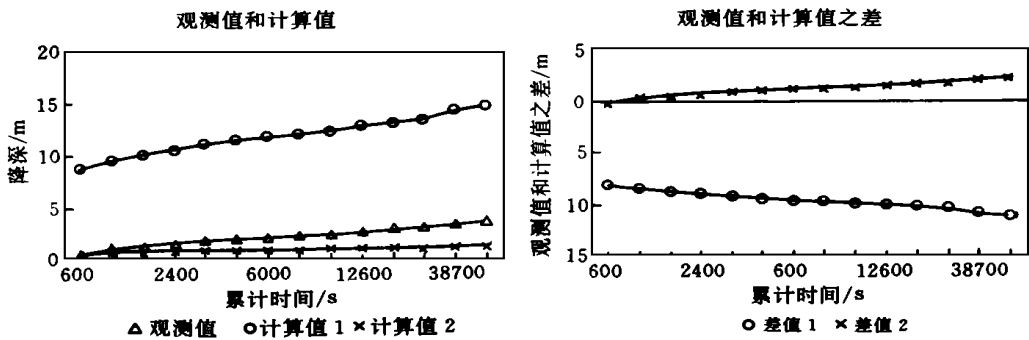


图 1 计算值 1 取 $u_e = 0.000001$, $T = 0.001$; 计算值 2 取 $u_e = 0.000001$, $T = 0.01$

Fig. 1. Initial separation of the interval T

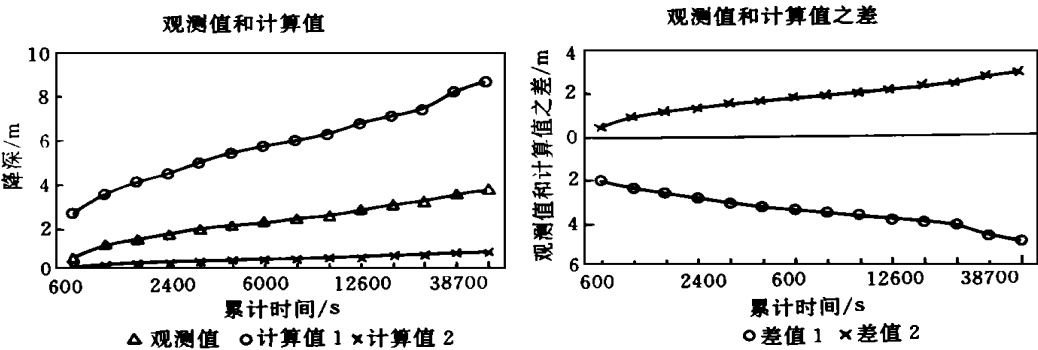


图 2 计算值 1 取 $u_e = 0.0001$; $T = 0.001$, 计算值 2 取 $u_e = 0.001$; $T = 0.01$

Fig. 2. Initial separation of the interval u_e

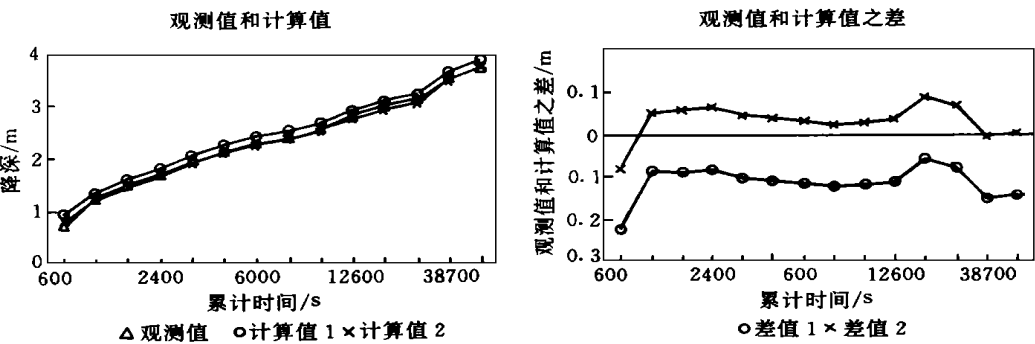


图 3 计算值 1 取 $u_e = 0.0004$; $T = 0.002$; 计算值 2 取 $u_e = 0.0005$; $T = 0.002$

Fig. 3. Selected interval of T and u_e

表 3 迭代过程
Table 3. Iterative procedure

迭代次数	储水系数 u_e	误 差	导水系数 T (m^2/s)	误 差
1	0.0004815	0.0583	0.0019802	0.0957
2	0.0004895	0.024	0.0019805	0.342
3	0.000489	0.0235	0.0019806	0.0331

由表 3 可知含水层水文地质参数为：含水层导水系数 $T=0.00198\text{ (m}^2/\text{s)}$ 、储水系数 $\mu_e=0.000489$ 和渗透系数 $k=0.000066\text{ (m/s)}$

5 结 论

通过上述分析可知：使用 LOTUS 1-2-3 的动态图表、矩阵运算等功能，采用迭代算法，利用非稳定流试验求水文地质参数，消除了人为误差的影响，由于计算过程中运用了“1-2-3”的数据表，不用编制计算机程序，使计算过程简单明确，通俗易懂，另外也避免了迭代过程发散的可能，减少了运算时间，只要观测数据准确，就可以得到满意结果。

参 考 文 献

1 阎凤文. 测量数据处理方法. 北京: 原子能出版社, 1988. 172 ~ 175
2 李佩成等. 地下水利用. 北京: 水利电力出版社, 1984. 76
3 张宏仁等编译. 地下水力学的发展. 北京: 地质出版社, 1992. 80 ~ 87
4 齐学斌. 非稳定流抽水试验参数计算的迭代算法及计算机模拟. 水利学报. 1995 (7): 66 ~ 71
5 唐培顺 王豫敏等. LOTUS 1-2-3 高级用户指南. 北京希望电脑公司, 北京新闻出版局. 1991

The Application of LOTUS 1-2-3 Software to Parameter Estimation of Non-Equilibrium Flow Pumping

Zhou Xingguo

(Irrigation Research Institute of Ministry of

Water Resources and Chinese Academy of Agriculture Sciences, Xinx iang 453003)

Abstract: The paper uses the Gause-Newton iterative algorithm to analysize non-equilibrium flow pumping test data, and utilizes dynamic table, database, graph and matrix function of LOTUS 1-2-3 to calculate the best transmissibility of aquifer, storage coefficient, and permeability coefficient. The procedure has time-saving and high efficiency.

Key word: non-equilibrium flow; pumping test; parameter calculation; iterative algorithm.