

相空间小波网络模型及其在水文中长期预测中的应用*

赵永龙 丁晶 邓育仁

(四川电力调度局 成都 610016) (四川联合大学水利系 成都 610065)

摘 要 简述了相空间小波网络模型原理和算法, 并通过实例讨论了其在水文中的应用。研究结果初步表明, 小波分析及由其发展出的小波网络模型在水文分析中是可行的、合理的。数学分析工具更为先进, 将混沌重建相空间理论和小波网络模型相结合, 对揭示水文动力系统复杂的非线性结构是很有效的, 在水文中长期预测中具有较大优越性。

关键词 混沌相空间 小波网络模型 中长期预测

分类号 P 338.9

中长期预测在水文工作中历来就占有相当重要的比重, 也一直是人们要攻克的难题。至今, 已尝试了许多方法, 其中以回归分析(如多元回归、自回归等)最为常见^[1]。这类方法概念明确, 简便易行, 但普遍存在着非线性映射功能不强(或者根本就没有非线性映射功能)。本文介绍的相空间小波网络模型, 具有较强的非线性映射功能, 数学分析工具更为先进, 实例初步表明, 其在水文中长期预测中有较大优越性。

1 模型简介

根据混沌理论, 对于水文动力系统复杂的运动规律, 用低维的欧氏几何空间, 无法揭示其复杂的运动特征, 而通过重建水文动力系统相空间, 就可如红外线照片一样, 揭示出传统方法无法揭示的洪水运动规律^[2]。这样, 在可预测时间内, 洪水运动相空间中相邻相点轨迹发散量较小, 相点 $\bar{x}(t)$ 运动到 $\bar{x}(t+\tau)$ 的状态基本可由 $\bar{x}(t)$ 及其以前的已知相点决定, 因而可直接建立如下函数关系

$$\bar{x}(t+\tau) = f(\bar{x}(t)) \quad (1)$$

从而达到了由一步预测实现预见期为 τ 的水文中长期预报^[2]。

在水文动力系统相空间中正确寻找如式(1)所示的函数关系 $f(\bullet)$, 对水文预测精度至关重要。常用的预测方法用线性多项式来反映预测因子和预测量间的关系, 无法揭示实际水文动力系统非线性特征。近来发展起来的模型都较多的考虑了水文动力系统的非线性特征, 但仍存在一些问题。因此, 本文讨论近来由小波分析方法发展出的小波网络模型来揭示水文动力系统相空间中如式(1)所示的函数关系 $f(\bullet)$, 作为对水文预测方法及其水文预测机理的

* 收稿日期: 1997-01-08; 修改稿日期: 1997-12-15。

* 国家自然科学基金资助项目 (No. 49571017)。

一种新尝试和新探索。

在水文时序分析中,常用的傅氏分析法,在揭示系统的频域特征上,具有很强的功能,但却不能提取某一时段内时序信号的特征。为此又发展起了窗口傅氏分析,这种方法可以分析某一固定时段(或窗口)内的时序特征,因而可从时频域上分析水文信号的时序特征,但要分析不同时段上的序列特征,就需变动窗口长度,显得较为麻烦。而小波分析则克服了上述两种方法的缺点^[3,4],通过将水文时序信号分解成一族小波函数(由同一母小波或基小波演化而来,称为小波变换),借助于小波函数的特征,便可同时从时频域上分析水文信号的时序特征,且其采样步长(或窗口长度)是可调的,对于水文信号中的高频特征,采样步长较小,而对于水文信号低频特征,采样步长较大,因而小波分析具有局部放大作用(有人形象地称其为数学显微镜)。小波分析和傅氏分析最本质的区别便在于两者的基函数形式不同。傅氏分析采用三角函数作为基函数,其特征是在整个时域上不衰减。而小波分析中的基函数——小波基函数或小波母函数则衰减很快,且都是能量有限的,其性质很类似于水文单位过程线。同时,小波分析中选用同一个基函数,对其进行伸缩和平移中,保持自相似结构。这对于分析具有分形特征的水文时序信号有很大优越性。

根据小波理论^[3,4],有如下基本分解关系式

$$f(t) = \sum_{j=1}^n w_j \Psi\left(\frac{t-b_j}{a_j}\right) \quad (2)$$

式(2)代表了不同尺度 a_j 及不同平移量 b_j 下的一族小波函数便构成了函数 $f(t)$,其中 w_j 为小波系数。张清华等(1992)^[4,5],提出了类似于式(2)的小波网络模型

$$f(x) = \sum_{j=1}^n w_j \Psi\left(\frac{x-b_j}{a_j}\right) + f_0 \quad (3)$$

式中 $f(x)$ 为输入为 x 时系统的响应; f_0 为 $f(x)$ 的均值。当输入为 m 维时,即 $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$,则小波网络模型的形式为

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^n w_j \prod_{i=1}^m \Psi\left(\frac{x_i - b_{i,j}}{a_{i,j}}\right) + f_0 \quad (4)$$

式中 $\prod_{i=1}^m \Psi(\cdot)$ 为 m 维连乘积,这种处理高维输入的算子是小波分析理论所要求的,有别于一般方法^[3,4]。这样,便可通过已知的预测因子 \bar{x} 得出预测量的一个估计值 $f(\bar{x})$ 。由上述分析可以看出,小波网络模型是在小波分析的基础上发展出来的,两者具有相似的结构,因而小波网络模型也具有小波分析所具有的很强的非线性及局部逼近等功能,这在水文预测中是有很大潜力的。张清华等(1992)对已知表达式的数学公式及实测的气轮机压力变化信号进行了逼近^[5]。曹良月等(1995)用小波网络模型对具有混沌特征的时间序列信号进行了短期及长期预测^[6]。

2 模型参数估计

相空间小波网络模型是建立在相空间中的,因而首先应建立一个合适的相空间,从而充分容纳水文动力系统的吸引子,并以相空间中的相点作为输入,以预测量作为输出,然后建

立具体的数学预测模式^[2]。

小波网络模型类似于人工神经网络模型, 差别在于其功能函数为小波函数, 因而人工神经网络模型的学习算法均适用于小波网络模型^[7]。

设有一组实测的输入 x (以一维为例) 及其对应的输出 y , 为了找到如式 (3) 所示的函数 $f(x)$, 使得 $y \doteq f(x)$, 可选一目标函数

$$C_k = \min \left\{ \frac{1}{2} [f(x) - y]^2 \right\} = \min \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^n w_j \Psi \left(\frac{x - b_j}{a_j} \right) + f_0 - y \right]^2 \right\} \quad (5)$$

式中 n 为小波函数个数, 可根据经验事先确定, 借鉴小波分析方法, 将所研究区间尺度依次取为: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$, 便对应着 $n = 1, 3, 7, 15, \dots$, 一般不超过10为宜, 因为 n 的增大会大大增加模型参数。小波基函数 $\Psi(\cdot)$ 也为事先选定 (如用正态函数的一阶或高阶导函数形式)。其余参数可用负梯度迭代学习算法等逐步优化得到^[5]。

开始迭代时, 可按对分输入量区间法得到 a 和 b_j 的初值: 假定输入 x 在 $[p_0, p]$ 上变化, 则可取 $a_1 = (p - p_0) / 2$, b_1 取为 $[p_0, p]$ 上输出量 $y(x)$ 随输入量 x 变化过程所对应的质心坐标; 然后将 $[p_0, p]$ 对分成 $[p_0, (p - p_0) / 2]$ 和 $[(p - p_0) / 2, p]$, 并在这两个区间上分别重复上述作法, 便可得到 a_2, b_2, a_3, b_3 的初值; 用同样的方法可得到其余 a_j, b_j 的初值。 w_j 的初值可按最小二乘法给出, 亦可任意给定一个较小值。 f_0 的初值可取为输出量 y 的均值。

高维输入情况下, 目标函数变为

$$C_k = \min \left\{ \frac{1}{2} [f(\bar{x}) - y]^2 \right\} = \min \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ji} \Psi \left(\frac{x_i - b_{i,j}}{a_{i,j}} \right) + f_0 - y \right]^2 \right\} \quad (6)$$

各参数求解过程与一维情况类似。这样, 通过学习算法, 对大量的输入与输出样本对进行学习, 可得出最优的小波网络模型参数。

3 应用实例

本文用混沌小波网络模型对金沙江屏山站的汛期日流量序列的长期预测进行了研究。

3.1 金沙江屏山站日流量序列重建相空间

为充分揭示日流量序列的动力特性, 选用了40年的金沙江屏山站日流量资料, 对其混沌性进行了研究。在确定相空间滞时 τ 时, 用自相关函数和以互信息为基础的广义相关函数法综合确定^[2,8]。如图1所示, 当自相关函数第一次过零点时, $\tau = 86$ d; 广义相关函数第一次取得极小值时, $\tau = 96$ d。综合两者, 取 $\tau = 90$ d。

在确定相空间嵌入维数 m 中, 选用最简单的饱和关联维数法^[2] (图2)。其饱和维数为 $D_2 = 3.7$, 按嵌入理论, 充分嵌入空间维数为 $D_2 \sim 2D_2 + 1$, 故 m 可取 $3.7 \sim 8.4$ 间任一整数。在 m 的可取范围内, 根据试算, 预测结果在 $m = 7$ 时最优。

用金沙江屏山站汛期日流量资料建立混沌小波网络模型, 一步预测的预见期为 $\tau = 90$ d (当然, 也可以作更短的预测, 至于水文成因上的可行性, 还有待今后研究。这里的意图在于通过实际数据计算效果, 来探讨相空间小波网络模型在水文长期预测中的可行性)。参与学习建模的数据长度为700 d, 在相空间中对应于30个相点, 预留检验5个相点 (代表未知的90d后

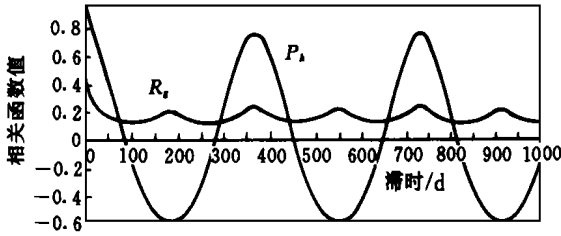


图1 金沙江屏山站日流量自相关函数 p_k 和广义相关函数 R_g 随滞时 τ 变化过程线

Fig.1. Autocorrelation function p_k and the general correlation function R_g versus lag time τ

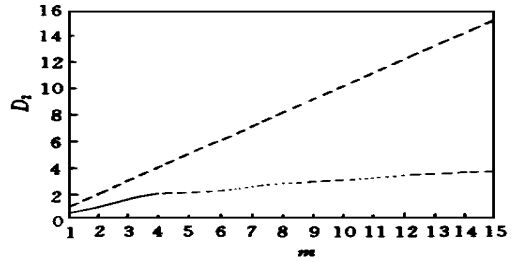


图2 屏山站日流量关联维数 D_2 随嵌入维数 m 变化关系线

Fig.2. Correlation dimension D_2 of the daily runoff series of the Jinsha River versus embedding dimension m

的5个日流量值)。小波基函数选用如下形式

$$\Psi(x) = -x e^{-x^2/2} \tag{7}$$

小波函数个数 $n = 7$ ，对应于小波分析中仅考虑 $2^0, 2^1, 2^2$ 等几个主要的大尺度。同时，在相同的相空间中，使用相同的资料，用线性多元回归模型进行了对比。计算结果见表1及图3。表1中的模型评定指标选用水文中常用的相对误差不超过实测值的20%和30%的合格率，此外还用一般的确定性系数 d ：

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2} \tag{8}$$

式中 n 为资料长度， y_i 为实测值， \bar{y} 为实测资料均值， \hat{y}_i 为预测值。图3横轴为相点编号，1~30为建模使用相点，31~35为预留检验相点，纵轴 Y_t 为用实测资料中最大值 q_{max} 和最小值 q_{min} 归一化后的日流量值：

$$Y_t = (q_t - q_{max}) / (q_{max} - q_{min} + a) \tag{9}$$

其中， a 为便于使未来出现的大流量值亦能归一化而选用的常数。相空间多元回归模型在模型评定中效果很好，但在预留检验（联想或外延）中，效果很差，而相空间小波网络模型则在模型评定和预留检验中均有很好的效果，从而初步表明，其在水文中长期预测应用中是可行的。

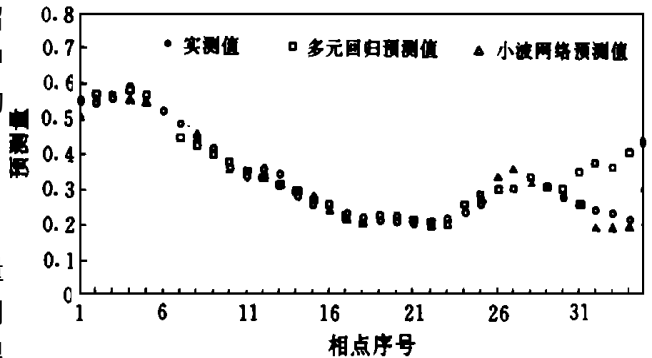


图3 金沙江屏山站汛期日流量长期预测

Fig.3. Long-term daily runoff prediction of the Jinsha River

表1 金沙江屏山站日流量长期预测

Table 1. Long-term daily runoff prediction of The Jinsha River

模 型		混沌小波网络模型	相空间多元回归模型
模型评定	合格率 (20%)	100.00%	100.00%
	合格率 (30%)	100.00%	100.00%
	确定性系数 d	0.9851	0.9749
模型预留	合格率 (20%)	80.00%	0.00%
检 验	合格率 (30%)	80.00%	0.00%

4 结 论

本文表明, 将混沌重建相空间理论用于水文序列, 可更好地揭示水文动力系统复杂的运动规律; 关于由小波分析发展出的小波网络模型在水文预测应用中的讨论, 对推动水文分析方法的发展是有益的; 将混沌分析重建相空间理论与小波网络模型相结合, 对揭示水文动力系统复杂的非线性结构是很有效的。将相空间小波网络模型用于金沙江屏山站日流量汛期长期预测, 并与其它方法对比, 初步表明该模型在实际应用中是可行的。本文的研究是初步的, 关于小波分析及小波网络模型在水文中的应用, 还有待进一步研究。

致谢: 本文研究中, 成都市地震局洪时中高级工程师给予很大帮助, 特表示谢意。

参 考 文 献

- 1 丁 晶, 邓育仁. 随机水文学. 成都: 成都科技大学出版社, 1988. 414 ~ 434
- 2 赵永龙, 丁 晶, 邓育仁. 混沌分析在水文预测中的应用和展望. 水科学进展. 1998, 9 (2): 181 ~ 186
- 3 刘贵忠, 邱双亮. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992. 48 ~ 92
- 4 Y 迈耶著, 尤 众译. 小波与算子, 第一卷. 北京: 世界图书出版公司, 1992. 76 ~ 131
- 5 Zhang Qinghua, et al. Wavelet networks, IEEE Transactions on Neural Networks, November. 1992, 3 (6): 889 ~ 898
- 6 Cao Liangyue, et al. Predicting chaotic time series with wavelet networks, Physica D 85 (1995), 225 ~ 238.
- 7 周继成等. 人工神经网络——第六代计算机的实现. 北京: 科学普及出版社, 1993. 79 ~ 148
- 8 赵永龙, 丁 晶, 邓育仁等. 以互信息为基础的广义相关系数及其应用. 非线性动力学报. 1997, 4 (1); 9 ~ 18

Wavelet Network Model of Phase Space and Its Application in Hydrologic Prediction

Zhao Yonglong

(*Sichuan Electric Bureau, Chengdu 610016*)

Ding Jing and Deng Yuren

(*Sichuan Union University, Chengdu 610065*)

Abstract: The philosophy and algorithm of wavelet network model of chaotic phase space are introduced, then its applicable for hydrology is discussed. It is reasonable and superior to use this model in medium- and long-term hydrologic prediction. At last application of the model in the long term daily runoff prediction of the Jinsha River is shown.

Key words: chaotic phase space; wavelet network model; medium- and long term prediction.