

非稳定流抽水试验参数计算的优化算法

朱 春 龙

(扬州大学水利学院 扬州 225009)

摘 要 提出根据非稳定流抽水试验资料确定含水层参数的优化算法。该法不同于现有的配线法,其根据最小二乘法及0.618法原理进行优化计算,从而确定承压含水层的导水系数和弹性给水度及渗透系数等。优点是计算结果比较客观,计算精度比较高。给出了实例计算及与其他相比较的结果。

关键词 非稳定流 抽水试验 优化算法 参数估计

分类号 P 641.135; P 641.73

1 基本原理

泰斯 (Theis) 关于厚度不变的承压含水层降深的公式为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u), \quad u = \frac{r^2}{4at} \quad (1)$$

式中 s 为在承压含水层中以定流量 Q 抽水,在时间为 t (从抽水开始时刻起算) 时,与抽水井相距径向距离 r 处的水头降深 (m); r 为观测井的距离 (m); T 为导水系数, $T = KM$ (m^2/d); M 为承压含水层厚度 (m); K 为含水层的渗透系数 (m/d); a 为含水层的压力传导系数 (m^2/d); S_μ 为弹性给水度, $S_\mu = T/a$; $W(u)$ 为井函数。

$$W(u) = \int_0^\infty e^{-u} u^{-1} du = -0.5772 - \ln u - \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{u^i}{i \cdot i!}$$

在一个特定的承压含水层中进行定流量抽水时,如果只有一个观测井, Q , T , r 和 a 都可视为常数,其中 Q , r 为可测值,参数 T , a 可在取得观测时间 $t(i)$ 和观测井的水位降深 $s(i)$ 后,用最小二乘法求得,取

$$D = \sum_{i=1}^n (s_c(i) - s(i))^2 \quad i = 1 \sim n$$

式中 D 为估算水位降深误差的平方和; $s_c(i)$ 为根据泰斯公式估算出的水位降深 (m); $s(i)$ 为观测到的水位降深; i 为测次; n 为实测样本容量,即总观测次数。

由最小二乘法原理可知,欲使误差平方和最小 ($D = \min$),则应有

$$\frac{\partial D}{\partial r} = 0 \text{ 和 } \frac{\partial D}{\partial a}$$

$$\text{于是} \quad \frac{\partial D}{\partial r} = 2 \sum [s(i) - \frac{Q}{4\pi T} W(u)] \frac{Q}{4\pi T^2} W(u) = 0$$

进一步整理得

$$\sum s(i)W(u) = \sum \frac{Q}{4\pi T} W^2(u)$$

即

$$T = \frac{Q}{4\pi} \frac{\sum W^2(u)}{\sum s(i)W(u)} \quad (2)$$

又

$$\frac{\partial}{\partial a} = 2 \sum [s(i) - \frac{Q}{4\pi T} W(u)] \frac{Q}{4\pi T} \frac{dW(u)}{du} \frac{du}{da} = 0$$

由

$$u = \frac{r^2}{4at} \quad \text{及} \quad W(u) = \int_0^\infty e^{-u} u^{-1} du$$

得

$$\frac{du}{da} = -\frac{r^2}{4a^2 t} \quad \text{及} \quad \frac{dW(u)}{du} = -\frac{e^{-u}}{u}$$

代入上式有

$$\sum [s(i) - \frac{Q}{4\pi T} W(u)] \frac{Q}{4\pi T} \left(-\frac{e^{-u}}{u} \right) \times \left(-\frac{r^2}{4a^2 t} \right) = 0$$

进一步整理得

$$T = \frac{Q}{4\pi} \frac{\sum W(u) e^{-u}}{\sum s(i) \cdot e^{-u}} \quad (3)$$

记

$$V_1 = \frac{\sum W^2(u)}{\sum s(i)W(u)} \quad V_2 = \frac{\sum W(u) e^{-u}}{\sum s(i) e^{-u}}$$

则式(2)可写成

$$T = \frac{Q}{4\pi} V_1 \quad (4)$$

式(3)可写成

$$T = \frac{Q}{4\pi} V_2 \quad (5)$$

因为参数 T 在特定的含水层可视为常数, 于是应有

$$V_1 = V_2 \quad (6)$$

同一次抽水试验资料 V_1 、 V_2 随 a 的取值变化而变化, 使得 (6) 式成立的 a 即为所求参数, 代入 (4) 和 (5) 式即可求得

$$T = Q(V_1 + V_2)/(8\pi), \quad K = T/M$$

$$S\mu = T/a$$

(6) 式为关于 a 的一维非线性方程, 可以用 0.618 法进行一维优化计算。

2 计算步骤及应用举例

在计算机上使用该方法计算的主要步骤如下:

(1) 输入资料, 设定初值

主要输入在作抽水试验时所记录的观测时间 $t(i)$ 和相应的水位降深 $s(i)$, 抽水流量 Q , 观测井与抽水井的距离 r , 以及根据经验初步设定 a 值 (亦可用直线法初估);

(2) 运用数值法计算井函数 $W(u)$;

(3) 计算 V_1 与 V_2 ;

(4) 0.618 法优化求 a ;

设 ϵ 允许误差 (一个很小的数); 用 0.618 法进行一维搜索, 寻求满足 $|V_1 - V_2| = \epsilon$ 的 a 值;

(5) 据公式 $T = Q(V_1 + V_2)/(8\pi)$ 计算 T 值并输出计算结果。

最终输出 T , a , $S\mu$ 值以及模拟的降深曲线, 并计算模拟误差。
编辑框图及源程序限于篇幅, 不在此列出。

根据参考文献中的抽水试验资料, 用本文方法计算出参数值, 见表 1。该表同时列出了原文献中采用配线法求得的参数值。参数值显然不一致, 有时甚至相差较大, 现根据两种方法得到的参数值, 用泰斯公式重新模拟降深, 与实测降深比较, 并统计误差, 列于表中。

表 1 优化算法与配线法计算结果

Table 1. Results of optin ized method and f itting curve method						
资料来源	文 献 【1】		文 献 【2】		文 献 【3】	
方 法	1	2	1	2	1	2
$T/\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$	1033.4	1094.4	123.45	120.86	197.6	191.1
$a/10^5\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1}$	28.4	39.6	9.0	8.73	8.3	7.53
$S\mu (10^{-4})$	3.64	2.76	1.31	1.38	2.38	2.54
SE	0.72	- 0.024	0.24	- 0.003	- 0.044	0.038
$ABSE$	0.80	0.65	0.56	0.52	0.528	0.464
D	0.0256	0.0121	0.019	0.015	0.038	0.033

注: 方法 1 为配线法, 方法 2 为优化算法 (本文方法)。

表中 $SE = \sum (s(i) - sc(i))$, $ABSE = \sum |s(i) - sc(i)|$, $D = \sum (s(i) - sc(i))^2$
其中 $s(i)$ 为实际观测的水位降深值, $sc(i)$ 为用泰斯公式模拟得到的水位降深值。由表可见, 优化算法优于配线法, 无论是模拟的离差和 SE , 离差绝对值和 $ABSE$, 还是离差平方和 D , 优化算法所得值均小于配线法。应予指出, 文献中的参数值是文献作者经反复配线才得到的一组较优参数, 不同的人取文献中资料采用配线法求出的参数并不完全相同, 甚至会相差很大。可见, 配线法求参数受主观影响较大, 配线法成果的精度取决于配线者的经验, 而优化算法比较客观, 给定误差标准后, 各人求出的参数值是一致的。

3 结 语

本文所介绍的非稳定流抽水试验求参数的优化法, 通过实例证明有如下一些优点: 可以用于含水层参数的推求, 计算成果精度高, 较客观, 不会象配线法那样因人而异, 可避免查表, 绘图等工作, 减少了人为误差。对该法稍作处理可以将同一抽水井不同次的抽水试验资料放在一起计算, 得出综合的参数值; 可以处理不同时间不同观测井的降深资料, 使参数具有更好的区域代表性。

参 考 文 献

1 曹万金 地下水资源计算与评价 北京: 水利电力出版社, 1987 97~ 109

2 张顺联 地下水资源计算与评价 北京: 水利电力出版社, 1992 84~ 94

3 古自纯 地下水动力学 北京: 地质出版社, 1986 209~ 215

An Optim ized M ethod for Parameter Calculation of Non-Equilibrium Flow Pump ing Test

Zhu Chunlong

(*Yangzhou University, Yangzhou 225009*)

Abstract In this paper, An optim ized method for parameter calculation of non-equilibrium was introduced. Based on this method, the best aquifer coefficient of transmissibility, coefficient of storage and coefficient of permeability can be derived. The parameters calculation were optim ized. The calculation can be completed automatically.

Key words: pumping test; optim ized method; parameter calculation.