

# 河床冲刷粗化多步预报模式研究

许全喜 张小峰 谈广鸣

(武汉水利电力大学河流工程系 武汉 430072)

**摘要** 运用概率论与力学分析相结合的方法,提出了考虑非均匀沙隐暴效应的泥沙起动概率计算模式,并在已有研究成果的基础上,建立了以泥沙起动概率为核心的河床冲刷粗化多步预报模式,该模式可同时满足预报粗化层级配和冲刷深度的要求。实测资料验证表明,此模式具有较好的预报效果。

**关键词** 非均匀沙 起动概率 粗化层级配 冲刷深度

**分类号** TV 142

天然河流上修建水库后,下游河道将因遭受清水冲刷而发生一系列的变化,其中较为明显的是河床组成特性的变化。河床在冲刷过程中,由于床沙中粗细颗粒的起动规律各不相同,其组成将逐渐变粗。河床的冲刷粗化过程实际上是床沙不断的起动过程,而泥沙的起动本身反映了在水流作用下颗粒的运动强度或颗粒处于运动状态的概率,因此解决好非均匀沙起动概率的计算模式问题就成为研究河床冲刷粗化问题的关键。

## 1 泥沙起动概率计算模式的建立

根据文献 [1, 2, 3] 的研究,将泥沙起动概率定义为促使颗粒起动的力矩大于使颗粒保持静止的力矩的概率。

考虑床面上任一粒径为  $D_K$  的泥沙颗粒,颗粒所受到的水流推移力  $F_{DK}$ 、上举力  $F_{LK}$  及其相应作用力臂  $L_{1K}$ 、 $L_{2K}$  构成起动力矩  $M_K$ , 颗粒水下重力  $W_K$ 、颗粒间粘结力  $N_K$  及其相应力臂  $L_{3K}$ 、 $L_{4K}$  构成抗起动力矩  $M_{CK}$ , 则泥沙颗粒起动概率为

$$P_K = P\{M_K > M_{CK}\} \quad (1)$$

对散体沙,  $N_K$  可忽略, 则式中  $M_K = F_{DK}L_{1K} + F_{LK}L_{2K}$ ,  $M_{CK} = W_KL_{3K}$ 。

由于水流的脉动作用和床沙位置的随机性, 上式中  $F_{DK}$ 、 $F_{LK}$ 、 $L_{1K}$ 、 $L_{2K}$ 、 $L_{3K}$  均为随机变量, 如何处理这些变量的分布特性是解决泥沙起动概率计算问题的关键。

关于各力臂的分布问题, 文献 [4] 考虑了床沙位置的随机性, 建立了各力臂的随机分布模型, 并求得各力臂的数学期望值为

$$\bar{L}_{1K} = \frac{1}{3}D_K \quad (2)$$

$$\bar{L}_{2K} = \bar{L}_{3K} = 0.417D_K \quad (3)$$

为便于阐明问题实质, 式(1)中的各力臂暂以各自的数学期望值代替。关于水流作用力  $F_{DK}$ 、 $F_{LK}$  及作用力矩  $M_K$  的分布, 文献 [1, 2] 得出了它们均服从正态分布的结论。设  $F_{DK}$ 、 $F_{LK}$  相互独立, 则有

$$\bar{M}_K = \frac{1}{3}D_K\bar{F}_{DK} + 0.417D_K\bar{F}_{LK} \quad (4)$$

$$\sigma_{MK}^2 = \left(\frac{1}{3}D_K\right)^2\sigma_{DK}^2 + (0.417D_K)^2\sigma_{LK}^2 \quad (5)$$

式中  $\bar{M}_K$ 、 $\bar{F}_{DK}$ 、 $\bar{F}_{LK}$  分别为颗粒所受的时均起动力矩、时均水流推移力和上举力;  $\sigma_{MK}$ 、 $\sigma_{DK}$ 、 $\sigma_{LK}$  分别为脉动值  $M_K$ 、 $F_{DK}$ 、 $F_{LK}$  的均方差。

根据文献 [1],  $\bar{F}_{DK}$ 、 $\bar{F}_{LK}$  和时均临界水流流速  $\bar{u}_b$  之间的关系可分别表示为

$$\bar{F}_{DK} = C_{DK}\alpha_1 D_K^2 \gamma \bar{u}_b^2 / (2g) \quad (6)$$

$$\bar{F}_{LK} = C_{LK}\alpha_2 D_K^2 \gamma \bar{u}_b^2 / (2g) \quad (7)$$

式中  $\alpha_1 D_K^2$ 、 $\alpha_2 D_K^2$  分别为颗粒垂流向、平行流向的投影面积;  $\gamma$  为水容重;  $C_{DK}$ 、 $C_{LK}$  分别为绕流阻力系数和上举力系数。文献 [4] 对  $C_{DK}$ 、 $C_{LK}$  进行了研究, 引入了与非均匀沙参数有关且能反映床沙隐暴效应的修正系数  $f(D_K/D_m, \sigma_g)$ , 其中  $D_m$  为床沙平均粒径,  $\sigma_g$  为床沙标准差, 其表达式为

$$C_{DK} = 0.4f(D_K/D_m, \sigma_g) \quad (8)$$

$$C_{LK} = 0.1f(D_K/D_m, \sigma_g) \quad (9)$$

按窦国仁方法<sup>[6]</sup>,  $\alpha_1 = \frac{2}{9}\pi$ ,  $\alpha_2 = \frac{1}{3}\pi$ , 假定府仁寿建立的均匀沙时均推移力、时均上举力与均方差的关系适用于非均匀沙, 即  $\sigma_{DK} = 1.11\bar{F}_{DK}$ ,  $\sigma_{LK} = 1.69\bar{F}_{LK}$ , 分别代入式 (4)、(5) 可得

$$\bar{M}_K = 0.137f(D_K/D_m, \sigma_g) D_K^3 \gamma \bar{u}_b^2 / (2g) \quad (10)$$

$$\sigma_{MK} = 0.127f(D_K/D_m, \sigma_g) D_K^3 \gamma \bar{u}_b^2 / (2g) \quad (11)$$

根据正态分布性质,  $M_K$  服从参数为  $\bar{M}_K$ 、 $\sigma_{MK}$  的正态分布, 将式 (10)、(11) 代入式 (1) 中并经一系列化简可得  $D_K$  粒径组泥沙起动概率为

$$P_K = \int_{C_K}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_K} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_K^2}} dt \quad (12)$$

式中  $C_K = (M_{CK} - \bar{M}_K) / \sigma_{MK}$ , 由此可见, 积分下限  $C_K$  与  $P_K$  成一一对应关系。

式 (1) 中, 颗粒水下重力  $W_K = \frac{\pi}{6} (\gamma_s - \gamma) D_K^3$ , 则  $M_{CK} = W_K \bar{L}_{3K} = 0.218 (\gamma_s - \gamma) D_K^4$ ,  $\gamma_s$  为泥沙容重。并由指数流速分布公式, 水流垂线平均流速  $U = \frac{1}{1+m} \left(\frac{h}{y}\right)^m \bar{u}_b$ , 取  $m = \frac{1}{6}$ ,  $y = \frac{2}{3} D_m$ , 将其代入上式可得

$$C_K = \frac{2.89}{U^2} \frac{1}{f\left(\frac{D_K}{D_m}, \sigma_g\right)} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g D_K \left(\frac{h}{D_m}\right)^{1/3} - 1.08 \quad (13)$$

对于非均匀沙修正系数  $f(D_K/D_m, \sigma_g)$  的具体形式, 根据文献 [4] 的研究方法, 取床面粗糙度  $K_s = 1.2D_m$ , 并充分考虑床沙中粗细颗粒的不同受力规律可得

$$f(D_K/D_m, \sigma_g) = (D_K/D_m)^{0.5} \sigma_g^{0.25} / [1 + 0.355 |\ln(D_K/D_m)|]^2 \quad (14)$$

式(12)、(13)、(14)构成了非均匀沙起动概率的计算模式。由于非均匀沙修正系数 $f(D_K/D_m, \sigma_g)$ 的影响,计算模式反映了非均匀沙的起动规律,即在相同水流条件下,粗颗粒起动概率较同粒径均匀沙为大,易于起动,细颗粒反之;对于粒径为 $D_m$ 的颗粒,由于受 $\sigma_g$ 的影响,使其起动概率较同粒径均匀沙为大,易于起动,这与谢鉴衡等人的研究结果<sup>[5]</sup>是一致的。同时,许多实测非均匀沙起动资料的验证结果表明,此计算模式是基本合理、可靠的。

此计算模式说明,当床沙组成和水流条件(水深 $h$ 、流速 $U$ )已知时,就有一个表征各粒径组泥沙起动概率值 $P_K$ 与之一一对应。

## 2 冲刷粗化多步预报模式的建立

河床冲刷粗化预报模式所要解决的问题有两个:一是粗化层级配的计算;二是冲刷深度的计算。对这两方面的问题,国内外学者都做过大量的研究,罗辛斯基、Gessler和Little等人在早期提出了计算方法,在此基础上,谢鉴衡、尹学良等人也提出了较为完善的计算模式。但由于河床冲刷粗化问题涉及到许多不易确定的因素,加之各研究者的侧重点都不尽相同,某些处理方法还有许多值得商榷之处,所以在适当的假设前提下,提出一套较为合理、完善的计算模式,对于当前研究河床冲刷粗化问题仍是十分必要的。

### 2.1 水流条件

本文拟在恒定流的情况下来研究河床的冲刷粗化问题,且认为河床冲刷是分层进行的。

众所周知,与水流直接发生作用的是表层床沙,冲刷粗化过程的进行与床沙活动层厚度密切相关,以往的一些研究者对此进行了研究,得出了不同的结论<sup>[7,8,9,10]</sup>。笔者认为,床沙在冲刷粗化过程中,组成特性不断发生变化,活动层厚度也应随着床沙的变化而变,对于沙卵石河床,按文献[10]的研究,活动层厚度应为床沙中的 $D_{95}$ 。

设第 $(n-1)$ 步冲刷粗化过程中,床沙活动层厚度为 $E^{(n-1)}$ , $m_0^{(n-1)}$ 为床沙静密实系数,则在 $L \times B \times E^{(n-1)}$ 的床沙范围内,粒径组 $D_K$ 的泥沙颗粒数为

$$N_K^{(n-1)} = E^{(n-1)} \cdot L \cdot B \cdot m_0^{(n-1)} \cdot \gamma_s \cdot P_{0K}^{(n-1)} / \left( \frac{\pi}{6} \gamma_s D_K^3 \right) \quad (15)$$

式中 $P_{0K}^{(n-1)}$ 为第 $(n-1)$ 步时床沙中 $D_K$ 粒径组泥沙级配。 $L$ 、 $B$ 分别为床沙划定范围的长和宽。则在第 $(n-1)$ 步的冲刷粗化过程中, $D_K$ 组泥沙被冲刷下移的体积为

$$V_K^{(n-1)} = N_K^{(n-1)} P_K^{(n-1)} \frac{\pi}{6} D_K^3 \quad (16)$$

式中 $P_K^{(n-1)}$ 为第 $(n-1)$ 步时 $D_K$ 组泥沙的起动概率。

韩其为证明了床沙面积百分数等于床沙级配, $D_K$ 组泥沙所占床面面积 $S_K^{(n-1)} = L \cdot B \cdot m_0^{(n-1)} \cdot P_{0K}^{(n-1)}$ ,则对于 $D_K$ 组泥沙来说,其冲刷深度为

$$\Delta h_K^{(n-1)} = V_K^{(n-1)} / S_K^{(n-1)} \quad (17)$$

综合上述各式可知,床面第 $(n-1)$ 步的平均冲刷深度为

$$\Delta H^{(n-1)} = P_{0K}^{(n-1)} \Delta h_K^{(n-1)} = E^{(n-1)} P_{0K}^{(n-1)} P_K^{(n-1)} \quad (18)$$

在第 $(n-1)$ 步的冲刷过程中,我们假设其水流条件不变,且在河床冲刷下切的同时,在相同的流量下,水位将有不同程度的下降,其下降幅度与水流条件、河床边界条件、河床冲刷粗化程度等因素有关,机理甚为复杂。根据文献[9]的分析研究,河床下切要比水位下降快而

且幅度大得多, 因此可认为水位基本保持不变。由此可得到下一步的水流条件为

$$H^{(n)} = H^{(n-1)} + \Delta H^{(n-1)} \quad (19)$$

$$U^{(n)} = U^{(n-1)} H^{(n-1)} / H^{(n)} \quad (20)$$

### 2.2 床沙级配

在河床冲刷过程中, 由于表层泥沙的选择性输移, 其组成特性不断发生变化, 如何预估这种变化趋势, 成为解决粗化层级配预报问题的关键。按 Sutherland 和 Proffitt 的观点, 认为活动层内每步被冲刷下移的沙量都由等量的下层原始床沙来补充, 则床沙活动层内沙量平衡关系式为

$$E^{(n-1)} P_{OK}^{(n-1)} - \Delta H^{(n-1)} P_{bK}^{(n-1)} + \Delta H^{(n-1)} P_{OK}^{(0)} = E^{(n-1)} P_{OK}^{(n)} \quad (21)$$

式中 左边第 1 项和第 2 项分别表示第  $(n-1)$  步对应于活动层内  $D_k$  组的原有沙量和被冲下移的沙量, 第 3 项表示由下层原始床沙补充的沙量; 右边表示第  $n$  步  $D_k$  的沙量。其中  $P_{OK}^{(0)}$  为原始床沙级配,  $P_{bK}^{(n-1)}$  为第  $(n-1)$  步时推移质级配, 按 Gessler 的观点<sup>[11]</sup>:

$$P_{bK}^{(n-1)} = P_{OK}^{(n-1)} P_K^{(n-1)} / \sum P_{OK}^{(n-1)} P_K^{(n-1)} \quad (22)$$

由上可得, 第  $n$  步的活动层内床沙级配为

$$P_{OK}^{(n)} = P_{OK}^{(n-1)} + \Delta H^{(n-1)} (P_{OK}^{(0)} - P_{bK}^{(n-1)}) / E^{(n-1)} \quad (23)$$

综上所述, 本文把泥沙起动概率的计算模式和冲刷粗化预报模式结合起来, 构成了一个理论推导比较严密、反映床沙冲刷粗化规律的多步预报模式。此模式还能说明河床冲刷过程中床沙由于粗化, 其抗冲能力增强与水流挟沙能力减弱相互作用和相互制约的物理机制。

### 3 计算步骤及资料验证

本文提出的模式, 可同时满足预报粗化层级配和河床冲刷深度的要求, 其计算步骤为:

- (1) 利用初始床沙条件和水流条件, 由式 (12) 计算各粒径组的起动概率;
- (2) 由式 (19)、(20)、(23) 计算新的水流、床沙条件;
- (3) 按照新的水流和床沙条件重复上述计算, 直至河床几乎不再冲刷下切, 各粒径组泥沙起动概率小于 1% ~ 2% 时为止。

计算终止时所求得的床沙级配即为粗化层级配, 终止时的水深与初始水深的差值即为河床冲刷深度  $h_c$ 。

利用本文模式, 用冷魁、尹学良以及 Little 等人的实测资料分别对冲刷深度和粗化层级配进行了验证, 如图 1、图 2、图 3, 结果表明, 计算值与实测值的吻合程度是令人满意的。这说明本文提出的河床冲刷粗化多步预报模式是基本合理、可靠的。

然而, 河床冲刷粗化过程涉及的因素十分复杂, 在目前试图完全靠理论分析来建立一个全面反映各影响因素的计算模式是十分困难的。本文的研究是在一定的假定条件下得到的, 至于其假设能否完全反映天然情况, 还有待于作进一步的研究。

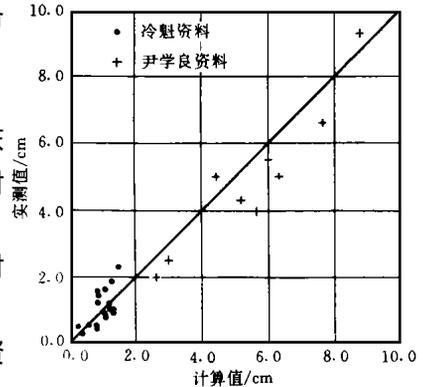


图 1 冲刷深度计算值与实测值的对比  
Fig. 1. Comparison of the calculated scouring depth ( $h_c$ ) with the measured values

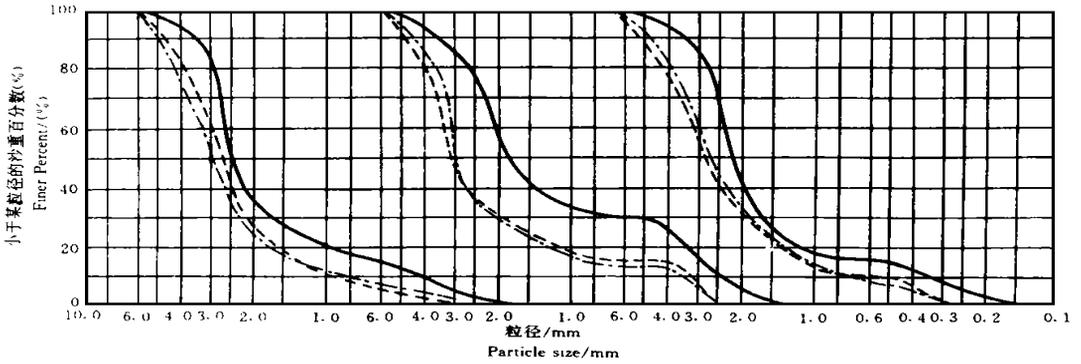


图2 冷魁资料计算粗化层级配与实测结果对比

Fig. 2. Comparison of measured and predicted armor-layer grain size distributions for lengkui's data (1994)

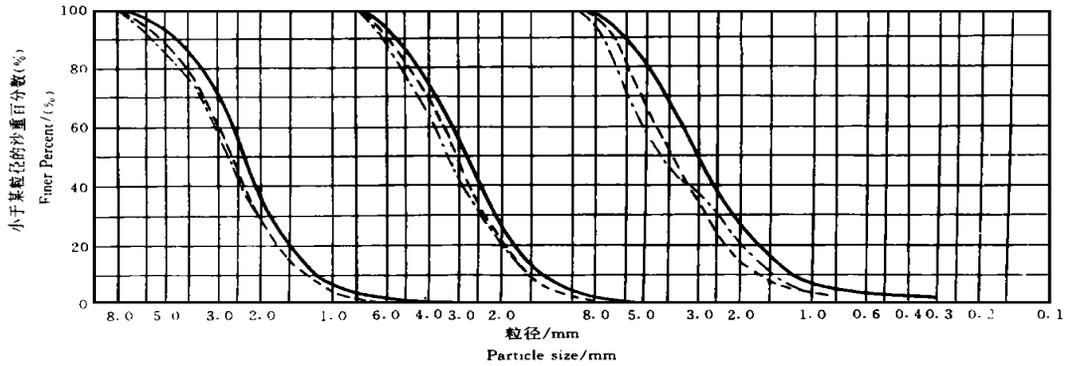


图3 Little 和 Mayer 资料计算粗化层级配与实测结果对比

——床沙原始级配; - - - 实测粗化层级配; - · - · 计算粗化层级配

Fig. 3. Comparison of measured and predicted armor-layer grain size distributions for Little and Mayer's data (1972)

## 4 结 语

本文考虑非均匀沙的起动特点, 用概率论与力学分析相结合的方法, 提出了非均匀沙起动概率的计算模式, 并把它应用于河床冲刷粗化模型, 同时考虑了河床冲刷粗化过程的物理本质, 建立了以非均匀沙起动概率为核心的、可同时预报粗化层级配与冲刷深度的河床冲刷粗化多步预报模式。与已有的研究成果相比, 该模式不仅理论推导较为严密、计算方便、易于应用, 而且实测资料验证结果表明, 此模式有较好的预报效果。

## 参 考 文 献

- 1 张小峰, 谢葆玲. 泥沙起动概率与起动流速. 水利学报. 1995, 4
- 2 张小峰. 均匀沙起动标准初探. 人民长江. 1995, 7
- 3 张小峰, 崔承章. 均匀沙起动判别条件和推移质输沙率. 泥沙研究. 1996, 2
- 4 孙志林. 非均匀沙输移的随机理论. 武汉水利电力大学博士论文. 1996

- 5 谢鉴衡, 陈媛儿. 非均匀沙起动规律初探. 武汉水利电力学院院报. 1988, 3
- 6 谢鉴衡主编. 河流泥沙工程学 (上册). 水利出版社, 1981
- 7 彭 凯, 陈远信. 非均匀沙的起动问题. 成都科技大学学报. 1986, 2
- 8 尹学良. 清水冲刷粗化研究. 水利学报. 1963, 1
- 9 冷 魁. 非均匀沙卵石起动流速及输沙率的研究. 武汉水利电力大学博士论文. 1994
- 10 Robert Etna. Sampling Armor-Layer Sediments, J. of Hydr. Eng. ASCE. 1984, 110 (7)
- 11 Gessler J. Stochastic Aspects of Incipient Motion on Riverbeds. In: Stochastic Approach to Water Resources. 1976, 2
- 12 Hong-Yuan Lee and a. Jacob Odard. Simulation of Bed Armoring in Alluvial Channels, J. of Hydr. Eng. ASCE. 1986, 112 (9)
- 13 Little W C, Mayer P G. Stability of Channels Beds By Armoring. J. of Hydr. Div. ASCE. 1976, 102 (HY11)

## Multi-Step Prediction Modeling on Riverbeds Scouring and Armoring

Xu Quanxi, Zhang Xiaofeng, and Tan Guangming

*(Wuhan University of Hydrnlic and Electric Engineering, Wuhan 430072)*

**Abstract:** In this paper, based on the former studies and considering the propability theory and mechanical analysis method, as well as shelter-exposure effects, a pattern for calculating the probability of incipient motion in non-uniform bed material is established. And a simple model found on the pattern for multi-step predicting the process of scouring and armoring is proposed here in, it should be a useful tool for forecasting the armoring-layer size distribution and scouring depth, while uses many observed data to prove it and yields satisfactory results.

**Key word:** non-uniform sediment; incipient probability; armoring-layer size distribution; scouring depth.