

文章编号: 1001-6791(2000)03-0247-08

新型截流式城市污水系统最优控制研究^{*}

王林锁, 秦菊芳, A. B. 坦普曼

(1. 扬州大学水利学院, 江苏 扬州 225009; 2. 利物浦大学, 英国 利物浦)

摘要: 分析了一种新型截流式城市污水系统的运行机理及相关因素, 建立了系统最优控制模型。研究结果表明, 可以运用线性规划方法求得系统各分流室各时段内的最优流量分配, 从而确定相应的最优控制状态。算例结果显示, 所有时段内各分流室的最优控制状态与其位置及相应的污染度系数显著相关。研究成果对现有的或在建的截流式污水系统的有效运行有指导意义。

关键词: 城市; 污水; 系统; 最优控制

中图分类号: X 522; O 232 文献标识码: A

到目前为止, 国内外许多组合式排污系统还是直接将污水排入河道, 为了减少污水直接排入河中, 需要建立一种新型污水系统——截流式污水系统。该系统通常由集水分流室(简称结点)、主干管道、滞留池和泵站等组成^[1]。其工作原理是: 系统通过结点将因暴雨产生的水流分为两股, 其中一股流入系统主干管道, 然后由泵站送到污水处理厂; 另一股将直接流入河道、港湾等, 也可以先流入滞留池, 待暴雨结束后抽入系统主干管道由泵站抽送到污水处理厂。这种截流式污水系统(简称截污系统)目前在 Liverpool, the Fylde Coast 及英国的其他地区正在运行或在建之中^[2]。

由于系统容量的限制, 在遇暴雨时, 仍然会有受污染的水直接流入当地水域。为减少污染负荷或二次处理的容量, 必须尽可能将受污染的水经截污系统送入污水处理厂。不同时间的地面水的污染度不一样^[3], 暴雨刚开始时的污染度要比暴雨结束时的污染度大, 因为开始的雨水将会冲刷路面、房顶等处污物以及集水沟和下水道中平时积累的沉淀物。同时, 污染度也因位置不同而变化。这样流量及污染度都是时间和位置的函数。因此, 为使直接流入河道的污染负荷量最小, 需要同时考虑流量和污染度。

为最大限度将污染负荷排入截污系统, 可通过量测流入各结点的流量并利用控制回路调节闸门, 从而控制分流流量。但因每一结点的流量和污染度在不同时段内都不一样, 流入截污系统的流量需要非常频繁的调节。如果系统的结点较多, 很难同时测出各结点流量并调节控制闸门。如系统有 n 个结点, 设第 i 结点在第 t_j 时段内与控制闸门有关的控制状态为 $X_i(t_j)$, 流入分流室的流量为 $Q_i(t_j)$, 流入截污系统的流量为 $q_i(t_j)$, 则流入河流或滞留池的流量为 $(Q_i(t_j) - q_i(t_j))$, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ (见图 1), 图中, $Q_i(t_j)$ 代表第 i 结点和 $(i+1)$ 结点间主干管道

* 收稿日期: 1999-04-22; 修订日期: 1999-07-05

基金项目: 江苏省教委自然科学基金资助项目(97008)。

作者简介: 王林锁(1959-), 男, 江苏丹阳人, 扬州大学水利学院副教授, 主要从事水利水电工程研究。

中的流量, t_i 表示时段。

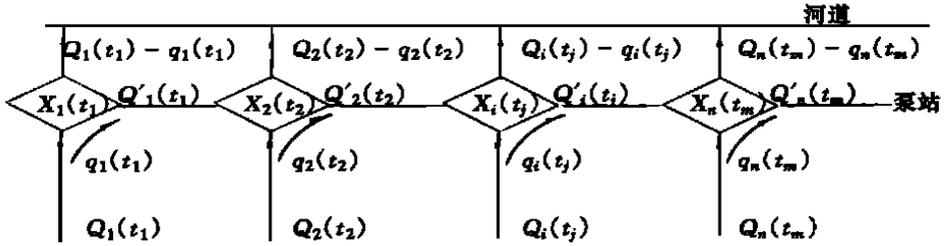


图1 截流式污水系统

Fig.1. Interceptor sewer system

1 系统状态模拟分析

就某一区域而言, $Q_i(t_j)$ 可利用水文图表获得, 该图表为该区域不同地点、不同时间典型暴雨量的统计结果。因 $X_i(t_j)$ 的不同值代表闸门的开度, 即闸门的开度, 对每一结点, 可以利用控制 $X_i(t_j)$ 的值控制分流。如能知道所有 $X_i(t_j)$ 的值, 则 $q_i(t_j)$ 和 $(Q_i(t_j) - q_i(t_j))$ 就可以求出。但这几乎是不可能的, 因为控制状态的数目是非常巨大的, 按最简单的情况计, 设状态变量 $X_i(t_j)$ 仅有两种可能的值 1 和 0, 其中 1 表示“门开”, $q_i(t_j) = Q_i(t_j)$; 0 表示“门闭”, $q_i(t_j) = 0$ 。对有 n 个结点的系统, 每一时段总的可能的控制状态就有 2^n 个; 如 $n = 20$, 系统每一时段就有 10^6 个控制状态。而如 $X_i(t_j)$ 有 5 种取值, 则系统每一时段的可能的控制状态数将超过 9.5×10^{13} 。为模拟每一控制状态系统特性并选择最佳者, 需要求出该时段内整个系统的控制状态; 但这不仅仅是整个问题的小部分, 因为整个系统的控制状态还随时段而变, 即在所考虑的时间内, 每一时段系统状态都在变化。在每一时段内, 系统有一最佳控制状态, 而要获得所有时段内系统的最佳控制状态, 就得求出所有时段内整个系统可能的控制状态, 这显然是不可能的。

不仅如此, 系统管道中的水流还必须服从连续性方程。因为管道过流能力有限, 结点间管道中的流量 $Q_i(t)$ 要受到限制。所以, 每一时段、每一结点流入系统的流量都有限制条件, 就整个系统而言, 某些控制状态下的流动由于可能不满足连续性方程而不能实现。因而, 最佳控制状态只能从那些所有流动都满足连续性方程的控制状态中获得。

2 系统运行控制分析

为了获得最佳运行控制状态, 截污系统各结点控制状态需要不断改变。当 $t = 0$ 时, 系统为非暴雨期的初始水流, 即系统平时的正常排污流量。当 $t > 0$ 时, $X_i(t_j)$ 在 0~1 之间变化。由于水流从一结点流到另一结点需要一定的时间, 这将使问题复杂化。假设在 $t = t_0 = 0$ 时刻有一股水流开始从结点 $i = 1$ 流入系统, 在 $t = t_1$ 时到达结点 $i = 2$, 该结点在此刻也有水流加入, 所以水流经增加流量后继续流向下游, 在 $t = t_2$ 时到达结点 $i = 3$, 经增加流量后流向下游, 以此类推, 直至结点 $i = n$ 。因此, 就从 $t = t_0$ 流入结点 $i = 1$ 这股水流开始考虑的系统而言, 需求出其最佳控制

状态 $X_1(t_1), X_2(t_2), X_3(t_3), \dots, X_n(t_n)$ 。

然而, 另一股水流将在另一时刻 $(t_0 + \Delta t)$ 经结点 $i = 1$ 流入系统, 并在 $t = t_1 + \Delta t$ 时到达结点 $i = 2$, 经增加流量后继续流向下流, 在 $t = t_2 + \Delta t$ 时到达结点 $i = 3$, 经增加流量后流向下一结点, 以此类推。对以 $(t_0 + \Delta t)$ 时刻流入结点 $i = 1$ 这股水流开始考虑的系统而言, 需求出最佳控制状态 $X_1(t_1 + \Delta t), X_2(t_2 + \Delta t), X_3(t_3 + \Delta t), \dots, X_{n-1}(t_{m-1} + \Delta t)$ 。同样, 对以 $(t_0 + 2\Delta t), (t_0 + 3\Delta t), \dots, (t_0 + m\Delta t)$ 时刻流入结点 $i = 1$ 这些水流开始考虑的系统而言, 需分别求出其相应的最佳状态。如果假定所有 $(t_j - t_{j-1}) = \Delta t_j = \Delta t (j = 1, 2, \dots, m)$, 那么 $X_1(t_1 + \Delta t) = X_1(t_2), X_2(t_2 + \Delta t) = X_2(t_3), \dots, X_1(t_1 + 2\Delta t) = X_1(t_3), X_2(t_2 + 2\Delta t) = X_2(t_4), \dots, X_1(t_1 + m\Delta t) = X_1(t_m)$ 。

与此同时, 另一股水流将会在 $t = t_0 = 0$ 时刻经结点 $i = 2$ 流入系统, 在 $t = t_1$ 时到达结点 $i = 3$, 经增加流量后在 $t = t_2$ 时到达结点 $i = 4$, 经增加流量后流向下一结点。因此还需求出最佳控制状态 $X_2(t_1), X_3(t_2), X_4(t_3), \dots, X_n(t_{m-1})$ 。因此为求得系统所有结点在所有时段内的最佳控制状态, 需分别用线性规划方法^[4]求解这些问题, 然后获得所有的控制变量 $X_j(t_j)$ (图 2)。图中, 任一竖向变量代表了某一时段内所有结点的最佳控制状态, 而任一横向变量则代表某一结点在不同时段内的最佳控制状态。

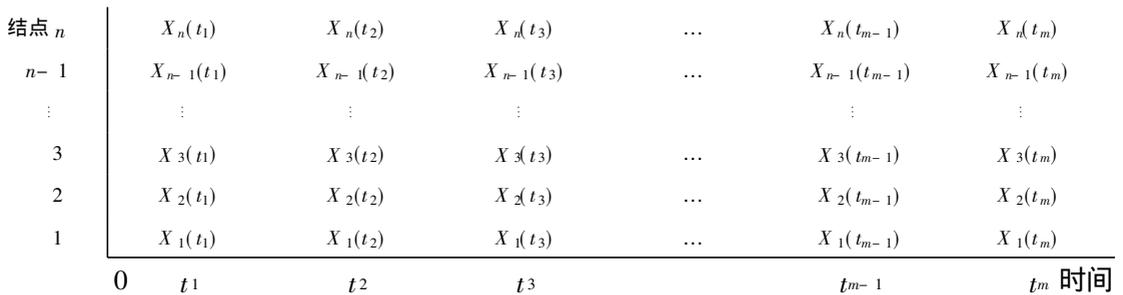


图 2 控制状态分布图

Fig. 2. Control states at all points over time

3 动态规划方法

如果截污系统任两结点间水流流动所需的时间不考虑的话, 可用动态规划法 (DP)^[4]很容易地得出同一时段内所有结点处的最佳控制状态。以 q 表示流入主干管道的污水量, 则 r 表示流入河道水流的积分量 $Q_i dt$ 。利用 DP, 可求得 $(i-1)$ 结点处的可能取值 q_{i-1} , 并根据 q_{i-1}, X_i 及 Q_i 求得流入河道的最小积累容量 r_i , 然后可确定 i 结点处的可能值 q_i , 同时求出相应的流入河道的最小积累容量 r_{i+1} (图 3)。

然而, 由于结点间流动时间的存在, 在不同时段流入不同结点的水流差异极大。就以 t 时刻由结点 i 流入系统的水流所考虑的系统而言, 需应用 DP 求解出系统最优控制状态, 而对另一股在 $(t + \Delta t)$ 时刻流入 i 结点水流考虑的系统而言, 同样需要应用 DP 求得系统的最佳控制状态。同时, 为获得以在 t 时刻流入 $(i+1)$ 结点水流考虑的系统的最优控制状态, 需要再次应用 DP 求解。因此, 为获得整个系统在所有时段内的最佳控制状态, 需反复应用 DP 求解, 这将是非常复杂和费时间的, 为此本文建议采用最优控制状态数学模型。

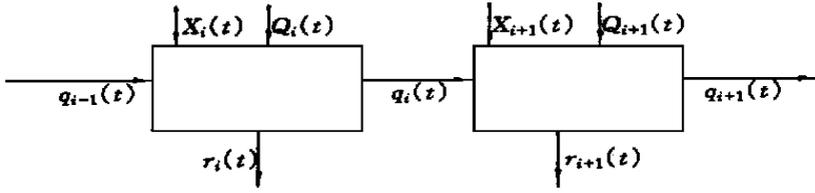


图3 动态规划系统

Fig. 3. Dynamic programming system

4 最优控制状态数学模型

4.1 目标函数及约束条件

为简化起见, 以 Q_i 表示 t_j 时段内流入结点 i 的流量, 以 q_{iu} 表示 t_j 时段内由结点 i 流入截污系统的流量, 则流入河道的流量为 $(Q_i - q_{iu})$, 系统内结点间流量为 Q_{iu} 。要使系统在所考虑的时间和区域内直接流入河道的污水最少, 则目标函数为

$$\min_{i=1}^n \sum_{t=1}^m (Q_{it} - q_{it}) \quad (1)$$

约束条件: 所有系统内的流动应满足连续性方程。

考虑到流入河道的污水量最少等同于流入系统的污水量最多, 则式 (1) 可转化为

$$\max_{i=1}^n \sum_{t=1}^m q_{it} \quad (2)$$

如考虑反映结点 i 在 t_j 时段污染度的权重系数 a_{it} , 则目标函数转化为

$$\max_{i=1}^n \sum_{t=1}^m a_{it} q_{it} \quad (3)$$

设 $t=0$ 时, 流入系统各结点的初始流量为 \bar{q}_i , 而系统结点间的最大允许流量为 \bar{Q}_i 。由图 2 可知, 整个系统状态变量可分为三个部分: (1) 主对角线部分, $i=t$; (2) 主对角线以下部分, $i < t$; (3) 主对角线以上部分, $i > t$ 。为便于求解, 目标函数 (3) 可改写为

$$\max_{i=1}^n \sum_{t=1}^m a_{it} q_{it} = F + F + F \quad (4)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} F &= \sum_{i=1}^n a_{it} q_{it} && (i=t) \\ F &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^m a_{it} q_{it} && (i < t) \\ F &= \sum_{i=2}^n \sum_{t=1}^{n-1} a_{it} q_{it} && (i > t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这样原问题就可化为三个独立的最优化问题求解。

目标函数

$$\max_{i=1}^n [a_{it} q_{it} | i=t] = a_{11} q_{11} + a_{22} q_{22} + \dots + a_{nn} q_{nn} \quad (6)$$

约束条件

$$\left. \begin{aligned} q_{11} \quad \bar{Q}_1 - \bar{q}_1, q_{11} + q_{22} \quad \bar{Q}_2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2), \dots \\ q_{11} + q_{22} + q_{33} + \dots + q_{nn} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

目标函数

$$\left. \begin{aligned} \max_{i=1}^{n-1} \max_{t=2}^m [a_{it} q_{it} | i < t] = a_{12}q_{12} + a_{23}q_{23} + \dots + a_{(n-1)m}q_{(n-1)m} \\ + a_{13}q_{13} + a_{24}q_{24} + \dots + a_{(n-2)m}q_{(n-2)m} \\ \dots \\ + a_{1(m-1)}q_{1(m-1)} + a_{2m}q_{2m} + a_{1m}q_{1m} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

约束条件

$$\left. \begin{aligned} q_{12} \quad \bar{Q}_1 - \bar{q}_1, q_{12} + q_{23} \quad \bar{Q}_2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2), \dots, q_{12} + q_{23} + \dots + q_{(n-1)m} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \\ q_{13} \quad \bar{Q}_1 - \bar{q}_1, q_{13} + q_{24} \quad \bar{Q}_2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2), \dots, q_{13} + q_{24} + \dots + q_{(n-2)m} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \\ \dots \\ q_{1(m-1)} \quad \bar{Q}_1 - \bar{q}_1, q_{1(m-1)} + q_{2m} \quad \bar{Q}_2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2) \\ q_{1m} \quad \bar{Q}_1 - \bar{q}_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

目标函数

$$\left. \begin{aligned} \max_{i=2}^{n-m-1} \max_{t=1} [a_{it} q_{it} | i > t] = a_{21}q_{21} + a_{32}q_{32} + \dots + a_{n(m-1)}q_{n(m-1)} \\ + a_{31}q_{31} + a_{42}q_{42} + \dots + a_{n(m-2)}q_{n(m-2)} \\ \dots \\ + a_{(n-1)1}q_{(n-1)1} + a_{n2}q_{n2} + a_{n1}q_{n1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

约束条件

$$\left. \begin{aligned} q_{21} \quad \bar{Q}_2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2), q_{21} + q_{32} \quad \bar{Q}_3 - (\sum_{i=1}^3 \bar{q}_i), \dots, q_{21} + q_{32} + \dots + q_{n(m-1)} \\ \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \\ q_{31} \quad \bar{Q}_3 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2 + \bar{q}_3), q_{31} + q_{42} \quad \bar{Q}_4 - (\sum_{i=1}^4 \bar{q}_i), \dots, q_{31} + q_{42} + \dots + q_{n(m-2)} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \\ \dots \\ q_{(n-1)1} \quad \bar{Q}_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-1} \bar{q}_i, q_{(n-1)1} + q_{n2} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i, q_{n1} \quad \bar{Q}_n - \sum_{i=1}^n \bar{q}_i \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

如果已知 a_{it} , \bar{Q}_i 和 \bar{q}_i , 则可由 (6) ~ (11) 求得 q_{it} , 再由 q_{it} 求得最优控制状态变量 $X_i(t_j)$ 。

4.2 约束条件的修正

由 (6) ~ (11) 求得的某些 q_{ii} 值有时可能大于相应的 Q_{ii} , 这意味着所求的数值并非真正的优化结果。为获得实际的最优化结果, 必须将 Q_{ii} 考虑到约束条件中去, 即 $q_{ii} \leq Q_{ii}$ 。因此, 约束条件将由 \bar{Q}_i 、 \bar{q}_i 和 Q_{ii} 共同决定, 约束方程的数目也将相应增加, 增加的个数取决于原约束条件中右边的数值与 Q_{ii} 的相对大小, 如右边的数值小于等于 Q_{ii} , 约束条件不增加, 如果右边的数值大于 Q_{ii} , 则要增加新的约束条件或用 Q_{ii} 取代原约束条件右边的值。

4.3 算例分析

设某截污系统有 5 个结点, 各有关参数为

$$a_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix} \quad Q_{ii} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 2.5 & 1.5 \\ 2.6 & 4.5 & 4.5 & 4.5 & 3 \\ 1.5 & 4 & 3.2 & 3.6 & 2.1 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & 2.5 \\ 3 & 4.5 & 4.5 & 4.5 & 4.5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q}_i = \begin{bmatrix} 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4 \\ 4.3 \end{bmatrix} \quad \bar{q}_i = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

上式中, Q_{ii} 、 \bar{Q}_i 和 \bar{q}_i 的单位均以 m^3/s 计, 经运算后求得的最优化结果:

$$q_{ii} = \begin{bmatrix} 2 & 2.8 & 2.8 & 2.5 & 1.5 \\ 2.6 & 1.1 & 0.3 & 0.3 & 0.6 \\ 1.5 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \\ 2 & 1.7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1.3 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

如果其它条件不变, a_{ii} 变为 a_{ii}^* =

$$a_{ii}^* = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0.7 & 0.6 & 0.2 \\ 1 & 2 & 0.9 & 0.5 & 0.3 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.5 \\ 1 & 3 & 0.8 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (14)$$

则最优化结果为

$$q_{ii}^* = \begin{bmatrix} 0 & 2.8 & 2.8 & 2.5 & 1.5 \\ 2.6 & 3.1 & 0.3 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.6 \\ 2 & 3.2 & 0 & 0 & 0.1 \\ 3 & 1.3 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

比较 (13) 和 (15) 式可知, 优化结果随污染度系数的变化很明显, 且所得的 q_{ii} 和 q_{ii}^* 均小于等于 Q_{ii} 。

5 时间单元确定及参数转换

前面假定了水流从一结点流到另一结点的时间 Δt_j 均相等,但实际上 Δt_j 不一定相等,它取决于相应管段的直径、长度、坡度和糙度等。在大多数条件下它们不可能全相同,因而水流流过各段的时间也就不相等。因此,在建立目标函数和约束条件之前,需要将各段的时间算出,然后在系统中增加一些虚结点(用 k 表示),使得水流流过各段的时间 Δt_j 相等。

由于增加了虚结点,原参数 a_{ii} , Q_i , \bar{q}_i 和 Q_{ii} 要根据结点增加后的新系统进行转化,转化后的参数为 a_{ii} , Q_i , \bar{q}_i 和 Q_{ii} ,但转换前后对应于实际结点在相应时段内的污染度,最大允许流量、初始流量和结点流量均不变。同时,由于虚结点 k 处没有水流流入结点,为保证 $q_{ki} = 0$,可令 $a_{ki} = 0$ 。

因此,就具有 n 个结点的截污系统而言,如果所有的 Δt_j 能被其中某一最短的时间整除,则该时间就作为时间单元,否则可另选一时间单元 Δt_0 ,使得所有的 Δt_j 均能被 Δt_0 整除。新系统的参数矩阵 $[a_{ii}]$ $[Q_i]$ $[\bar{q}_i]$ 和 $[Q_{ii}]$ 可以由原参数矩阵转化而得,在此基础上建立新的目标函数和约束条件,解得优化结果。由于增加了结点,系统变量和约束条件也将大大增加。如果系统有 l 个虚结点,则系统变量数将由 $n \times m$ 增加到 $(n + l) \times m$,约束条件也相应急剧增加。

6 结 论

为减少污染负荷或二次处理容量,可以通过最优运行控制将污染负荷最大限度地由截污系统经泵站送到污水处理厂。如果参数矩阵均已知,利用本文建立的数学模型及相应的程序(EZLP.FOR)可便利地求得最优化结果 q_{ii} ,然后应用流体力学原理求出相应的最优控制状态变量 $X_i(t_j)$ 。尽管目标函数变量和约束条件数可能非常大,利用本程序可在很短的时间内求得优化结果。

如果水流流过各段的时间不同,可采用增加虚结点的方法解决。因而,如果选择一非常小的时间单元 Δt_0 ,可以求得变量 q_{ii} 的近似连续值 $q_i(t)$,并由 $q_i(t)$ 求得系统最优控制状态变量 $X_i(t_j)$ 的连续值 $X_i(t)$ 。当然,随着系统规模的增大或时间单元值的减小,系统变量和约束条件数都将急剧增加。

参考文献:

- [1] Richard Auitt. Real time control in the Hague[A]. WaPUG Autumn Meeting[C]. 1994. 1- 6.
- [2] Wang L, Templman A B. Optimal operational control of intercepter sewer system[R]. Research Report, the Department of Civil Engineering, the University of Lirerpool. 1996.
- [3] Chris Brown. The use of RTC to control flows to sandon dock WwTW[J]. Liverpool North West Water and Martin Osborne, 1995, 6- 11.
- [4] A B 坦普曼著,邢金有,隋允康译. 土木工程系统[M]. 大连:大连理工大学出版社, 1992. 23- 47.

A Study on Optimal Control of the New Type Interceptor Sewer System

WANG Lin-suo¹, QIN Ju-fang¹, A. B. Templeman²

(1. Yangzhou University, Yangzhou 225009, China; 2. The University of Liverpool, England, Liverpool)

Abstract: In this paper a new type interceptor sewer system is introduced and a model is established to solve the problem of optimal control by analysing the facts on the interceptor sewer system and a Fortran program is produced for this model. This paper shows that the optimal control states can be determined by working out the optimal flow rates by means of the linear programming. A simple sewer system is considered in order to examine the model as well as the program and the result is very sensible with interception points and the concentration weight coefficients over time. The results farther highlight some practical applications for the existing interceptor sewer systems or the systems under design.

Key words: city; sewer; system; optimal control