

文章编号: 1001-6791(2001)03-0403-10

湍流模型在环境水力学研究中的应用

华祖林

(河海大学水文水资源及环境学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 对湍流模型应用于模拟预报工程附近的流场特征与物质掺混输运扩散规律的研究进行了综述, 分析了国内外各种湍流模型的研究现状及发展趋势; 同时就湍流模型求解环境水力学问题提出了笔者的观点, 并对零方程模型、单方程模型、双方程 $k-\epsilon$ 模型及修正的各向异性 $k-\epsilon$ 模型、雷诺应力模型、代数应力模型、低雷诺数流动模型、双流体模型及湍流高级模拟等模型的各自特点进行了讨论。

关键词: 湍流模型; 水流; 物质输运; 环境水力学; 数值预报

中图分类号: X 143; TV 131.2 **文献标识码:** A

预报工程附近的水流动力特性及物质的掺混输运规律是环境水力学的核心课题之一, 同时, 工程附近水流特性及传热传质的研究也对水利、能源、航运、环保、冶金、海洋等具有极其重要的价值。

20 世纪 70~80 年代, 预报主要依靠物理模型, Turner^[1]对密度不同的流动及掺混机理进行了研究; Maxwell 等^[2]研究了垂向不连续速度及温度的冷热水掺混问题, 并证实了 Turner 的部分观点; Majewski^[3]在水槽中进行了冷热分层流动的掺混过程及分层稳定性条件的试验研究; French^[4]通过试验提出了用无量纲参数判别交界面稳定性的方法; 张书农^[5]进行了大量环境水力学问题的试验研究, 并有专著问世; 陈惠泉等^[6,38]人先后对有限水深及无限水深条件下的废热排放问题进行了大量的基本特性试验研究; 金海生^[7]用矩形水槽进行了同方向、不同速度、上下两股密度不同的水流汇合掺混研究; 槐文信^[8,22]对浅水型污水排放近区特性进行试验研究; 李行伟等^[9,10]对近区水流及物质掺混规律做出了卓有成效的研究工作。而数学模型的发展主要以经验性模型为主, 如现象相关模型及积分模型等^[11,13,14], 美国环境局所建立的 PDS 模型^[12]一度得到了广泛应用, 但上述模型中采用了各个断面流速、浓度及温度场按高斯分布等假设, 因此有时计算结果与实际情况相距甚远。积分模型尤以瑞典的 Prych 模型^[13]、麻省理工学院的 Stolzenbach-Harleman 模型(斯-哈模型)^[14]最为著名。此外, A. J. Johnston 等^[15]仍在试图改进经验性模型。

20 世纪 80 年代后, 随着计算机容量与速度的提高及湍流模拟技术的发展, 针对实际工程问题, 来求解动量输运方程、探明物质掺混规律已成为目前环境水力学及环境流体力学^[16]的重要发展趋势。

实际工程附近的水流运动几乎都是湍流, 其预报模拟与湍流问题的研究息息相关^[17,18,19,20,21,23]。自英国物理学家 Osborne Reynolds 1883 年首次发现存在层流与湍流两种流态及它们的过渡条件, 百

收稿日期: 2000-02-15; 修订日期: 2000-07-20

作者简介: 华祖林 (1965-), 男, 江苏江阴人。河海大学水文水资源及环境学院副研究员, 博士, 主要从事水动力模拟及水环境方面的研究。

余年来,为探索湍流运动奥秘,耗费了无数科学家的毕生精力。目前湍流的研究主要有流动稳定性理论、湍流统计理论、湍流模式理论、湍流实验研究等若干个研究方向^[24]。对工程问题而言,最为行之有效的属于湍流模式理论,这种理论是为解决工程实际问题而提出的,其本身的发展又对湍流的研究产生了深远的影响,现对工程湍流模式理论在环境水力学问题上研究应用作一综述。

1 零方程模型

零方程模型也叫一阶封闭模型,就是假定雷诺应力只是时均量的函数,仅引入附加的代数关系而不引入附加的微分方程。属于零方程模型的有:

(1) 将湍流粘性系数 ν_t 取为常数 这种模型过于粗糙,主要用于湍流扩散居不重要地位的流动情形(如工程中大型水体的计算)及某些计算的初始值估算中。

(2) 混合长模型 Prandtl 在 1925 年提出动量传递理论以及后来提出的自由剪切层模型、泰勒的涡量传递理论及卡门的湍流局部相似理论等均通过混合长度将湍流粘性系数与平均流场联系起来。但混合长度难以确定,在某些特定情形下,可据经验确定,此时这种模型便可实用。混合长度假定是将湍流处理为没有时间积累、没有空间输运、就地产生、就地消亡的当地平衡状态。显然,按照混合长模型,如果速度梯度为零则湍流粘性系数为零,这无疑是不符合实际的。因而混合长模型只适用于简单剪切层型流动的计算,对于回流这类复杂流动不适用。

2 单方程模型

柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)和普朗特(Prandtl)提出的单方程模型^[26](这里选用湍流动能 k 描述湍流速度比尺的输运过程)为

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon \quad (2)$$

式中 $\epsilon = (C_D k^{3/2})/l$; $\nu_t = C_u \sqrt{k}l$; $\mu_e = \rho(\nu_t + \nu)$; C_D 、 C_u 、 l 均为经验值。

单方程模型虽较半经验理论有所改进,且 C_D 和 C_u 值也较容易确定,但 l 值的确定并不比混合长度的确定容易多少,因而单方程模型具有和混合长模型同样的缺陷。

3 双方程模型

在所有双方程模型中, k - ϵ 双方程模型的应用及经受的检验最为普遍, k - ϵ 双方程模型是先后由周培源(1945)、Davidov(1961)、Harlow-Nakayama(1968)、Jones-Launder(1972)提出来的,在进一步简化的模型中,人们放弃给 Reynolds 应力 $\overline{u_i u_j}$ 或 $\overline{u_i \theta}$ 建立方程的想法,而将它们直接用推广的 Boussinesq 涡粘性模式(1)及式(3)式来表示。

$$-\overline{u_i \theta} = \frac{\nu_t}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3)$$

其中,湍流粘性系数 ν_t 与湍流热传系数 ν_t/σ_T 要用 k 和 ϵ 来表示,根据量纲分析,得

$$\nu_t = c_\mu k^2/\epsilon \quad (4)$$

式中 k 和 ϵ 要用 k 方程和 ϵ 方程来求解, 而经验常数要通过实验来确定。常用的数值为 $c_\mu = 0.09$, $\sigma_T = 0.8 \sim 1.3$ 。不可压缩湍流运动的湍流动能及其耗散率的方程表示为:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e \partial k}{\sigma_k \partial x_j} \right) + P_k + P_b - \rho \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e \partial \epsilon}{\sigma_\epsilon \partial x_j} \right) + \frac{\epsilon}{k} (c_1 G_k - c_2 \rho \epsilon) \quad (6)$$

式中 $\mu_e = \rho(\nu + \nu_t)$; $P_k = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$; $P_b = \rho g_i \beta \left(\frac{\partial T}{\partial x_k} \right)$, $c_\mu, c_1, c_2, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ 为经验常数。

$k-\epsilon$ 双方程模型多年来已得到广泛应用。大量的预报及其与实验结果的对照表明, $k-\epsilon$ 双方程模型可以成功地或基本成功地用于以下几种情形: 无浮力平面射流; 平壁边界层; 管流、通道流或喷管内流动; 无旋涡及弱旋的二维及三维回流流动。 $k-\epsilon$ 双方程模型用于以下几种情况则遇到较大问题, 或者说不成功: 强旋流(旋流数大于1); 浮力流; 重力分层流; 曲壁边界层; 低 R_e 数流动; 圆形射流。在有些水流或流动区域, 有必要精确地描述湍流应力各分量的输运, 应用各向同性涡动粘性系数建立起来的 $k-\epsilon$ 双方程模型, 便显得过于粗糙。

当前, 国内外一些学者试图用各向异性模式对各向同性的 Boussinesq 假定进行修正。

(1) 各向异性的 $k-\epsilon$ 双方程模型

①Speziale 模式^[27] Speziale 依据非牛顿流体力学中的应力与应变率之间的本构关系, 提出模式

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + 2\nu_t D_{ij} + \gamma_1 (D_{im} D_{mj} - \frac{1}{3} D_{mn} D_{mn} \delta_{ij}) + \gamma_2 (D_{ij}^0 - \frac{1}{3} D_{mn}^0 \delta_{ij}) \quad (7)$$

式中 $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$; $D_{ij}^0 = \frac{\partial D_{ij}}{\partial t} + U \cdot \nabla D_{ij} - \frac{\partial U_i}{\partial x_k} D_{kj} - \frac{\partial U_j}{\partial x_k} D_{ki}$; γ_1, γ_2 为 k 及 ϵ 等参数的函数。

这个模式比 $k-\epsilon$ 双方程模型有较大改进, 但该方程中包含了平均速度的高阶导数项 ∇D_{ij} , 在迭代过程中平均速度值误差较大, 波动大, 难以收敛。

②Yoshizawa 湍流模式^[28]

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3} \left(\sum_{m=1}^3 \tau_m S_{maa} \right) - \sum_{m=1}^3 \tau_m S_{mij} \quad (8)$$

式中 $\nu_t = \frac{c_\mu k^2}{\epsilon}$; $\tau_m = \frac{c_{\tau m} k^3}{\epsilon^2}$; $S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_a} \cdot \frac{\partial U_j}{\partial x_a}$; $S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_a} \cdot \frac{\partial U_a}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_a} \cdot \frac{\partial U_a}{\partial x_i} \right)$; $S_{3ij} = \frac{\partial U_a}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial U_a}{\partial x_i}$; $c_\mu, c_{\tau m}$ 为常数 ($m = 1, 2, 3$)。

式(8)中的前两项为雷诺应力的各向同性涡粘表达式; 后两项则为雷诺应力的各向异性项, 它是由湍流流动的多余应变率引起的。本模式成功地预报了方腔中的二次流及 Couette 流。

③Pope 模式^[29] Pope 假定雷诺应力的输运率与湍流动能的输运速率成比例, 推出模式为

$$b_{ij} = 2c_\mu \left[S_{ij} + gb_3(S\omega - \omega S) + gb_2\{S^2\} \left(\frac{2}{3} \delta_{ij} - I_2 \right) \right] \quad (9)$$

式中 $b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}$ 为雷诺应力的各向异性张量; $S_{ij} = \frac{k}{2\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$; $\omega_{ij} = \frac{k}{2\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$

分别为无量纲的应变率张量和旋转张量; $S\omega = S_{ij}\omega_{ij}$; $\omega S = \omega_{ij}S_{ij}$; $\{S^2\} = S_{ij}S_{ji}$; b_2, b_3 为系数;

$$I_2 = \delta_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & i = j \neq 3 \\ 0 & i \neq j \text{ 或 } i = j = 3 \end{cases}$$

Pope 应用这个模式计算了 V 型槽后的流场, 获得较好的计算结果, 但这个模式仅适用于二维流动, 而且待定系数也嫌多。

④ G. Ahmadi 湍流模式^[30]

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + 2\nu_t D_{ij} + \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left[\left(\alpha \frac{\hat{D}}{Dt} D_{ij} + \alpha_1 D_{ij} \frac{1}{\nu_t} \frac{D}{Dt} \nu_t \right) - \beta (D_{ik} D_{jk} - \frac{1}{3} D_{kl} D_{kl} \delta_{ij}) - \gamma \frac{D}{Dt} D_{ij} \right] \quad (10)$$

式中 $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$; $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k}$; $\frac{\hat{D}}{Dt} D_{ij} = \frac{D}{Dt} D_{ij} + D_{ik} \Omega_{kj} + D_{jk} \Omega_{ki}$;

$\Omega_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \right)$; 系数 $\alpha, \alpha_1, \beta, \gamma$ 为常数。

经后台阶流检验, 该模式计算结果较为满意。

⑤ 张云、杨永全等湍流模式^[31] 张云等放弃湍流粘性假设, 直接从雷诺应力输运方程推导出雷诺应力显式表达式, 利用该表达式重新构造动量方程, 引入各向异性 k 方程和 ϵ 方程, 建立了二维新的湍流模式。其中 γ_i 在水平方向不同于式 (4), 表示为:

$$\gamma_{ix} = \left(1 - 2 \frac{1 - c_2}{c_1} \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) c_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

$$\gamma_{iy} = \left(1 - 2 \frac{1 - c_2}{c_1} \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) c_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (12)$$

式中 c_1, c_2, c_3 为系数。利用后台阶流场计算结果表明, 成功地反映了流动的湍流特性, 回流区长度非常接近于试验实测值。

⑥ 陈义良模式^[32] 陈义良认为在 $k - \epsilon$ 双方程模型的体系内, 没有考虑旋转张量对雷诺应力的影响, 故从张量的不变性、可实现性等若干约束条件出发, 给出雷诺应力与平均速度梯度之间较为通用的模式, 在三维流场中, 采用 4 个线性无关的独立的二阶张量来表示 b_{ij} 无量纲的 Reynolds 应力, 即

$$b_{ij} = AS_{ij} + B(S\omega - \omega S) + C(S^2 - \frac{1}{3}\{S^2\}\delta_{ij}) + D(\omega^2 - \frac{1}{3}\{\omega^2\}\delta_{ij}) \quad (13)$$

式中 $b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}$; $S_{ij} = \frac{k}{2\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$; $\omega_{ij} = \frac{k}{2\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$;

$S\omega = S_{ij}\omega_{ij}$; $\omega S = \omega_{ij}S_{ij}$; $S^2 = S_{ij}S_{ji}$; $\{S^2\} = S_{ij}S_{ji}$; $\omega^2 = \omega_{ij}\omega_{ji}$; $\{\omega^2\} = \omega_{ij}\omega_{ji}$ 。

模式中的系数 A, B, C, D 采用槽道流动中的有关实验数据来确定。陈义良采用方截面管流中的二次流实验结果对该模式进行了验证。

(2) 浮力修正的 $k - \epsilon$ 双方程模型

在环境水力学问题中, 流动往往受到由密度差引起的浮力的影响。许多文献给出的湍流模型没有考虑浮力对湍流的影响, 因而不适合计算浮力影响起重要作用的流动。为扩展这类无浮力模型, Rodi 及倪浩清等提出了浮力修正的 $k - \epsilon$ 双方程模型。

① Rodi 对 $k - \epsilon$ 双方程模型的浮力修正^[33] Rodi 对 $k - \epsilon$ 双方程进行了三部分的浮力修正,

第一部分在 k 方程中增加浮力源项, 即

$$P_b = -\beta \rho g_i \overline{u_i \theta} = \beta g_k \frac{\mu_i}{\sigma_T} \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (14)$$

第二部分, 有浮力时 ϵ 方程源项被修正为

$$S_\epsilon = \frac{\epsilon}{k} [c_1(P_k + P_b)(1 + c_3 R_f) - c_2 \rho \epsilon] \quad (15)$$

式中 $R_f = -\frac{P_b}{P_k}$ 称为通量 Richardson 数; $c_3 = 0.8$; $P_k = -\rho \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} = \mu_i (\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i}) \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ 。

第三部分, 浮力对湍流导热或对湍流 Prandtl 数的影响, 采用修正式

$$\sigma_T / \sigma_{T0} = (1 + 3.33 R_i)^{1.5} / (1 + 10 R_i)^{0.5} \quad (16)$$

式中 σ_{T0} 为没有浮力时的 Prandtl 数; $R_i = (-\frac{g_i}{\rho})(\frac{\partial \rho}{\partial y}) / (\frac{\partial u}{\partial y})^2$ 。

② 倪浩清等对 $k-\epsilon$ 双方程模型的浮力修正^[34] 计及密度变化, 在 Reynolds 动量方程中浮力项为 $\rho g_i \beta T$; k 方程中浮力项为 $\beta g_i (\frac{\mu_i}{\sigma_T})(\frac{\partial T}{\partial x_i})$; ϵ 方程中浮力项为 $c_3 (\frac{\epsilon}{k}) \beta g_i (\frac{\mu_i}{\sigma_T})(\frac{\partial T}{\partial x_i})$ 。经多次检验计算, 发现 ϵ 方程中计及浮力项效果不甚显著, 至于湍流的 Prandtl 数 σ_T 则由如下经验公式加以修正

$$\sigma_T = 5 (\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y})^{1/4} (\frac{\Delta x^2}{U_0 T_0})^{1/4} \quad (17)$$

作此修正后, 计算的温度分布与实验资料符合良好, 模拟温差异重流形成过程中的现象也是成功的, 但由于建立在经验关系基础上, 只能求解特定流动图案, 缺乏通用性。

4 雷诺应力模型 (RSM 模型)

与单方程及双方程湍流模型不同, RSM 模型对雷诺应力及通量项采用微分方程直接求解, 二阶封闭的雷诺应力及通量项输运方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{u_i u_j}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho c_\epsilon \frac{k}{\epsilon} (\overline{u_k u_l}) \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u_i u_j}) \right] - c_1 \frac{\epsilon}{k} \rho (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \\ &- c_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k) - c_3 (P_{ij,b} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_b) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} \epsilon + P_{ij} + P_{ij,b} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i \theta}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{u_i \theta}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho c_T \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{u_i \theta}) \right] + P_{i,T} - \rho g_i \beta \overline{\theta \theta} \\ &- c_{T_1} \frac{\epsilon}{k} \rho \overline{u_i \theta} + \rho c_{T_2} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \overline{u_m \theta} + \rho c_{T_3} \beta g_i \overline{\theta \theta} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{\theta \theta}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k \overline{\theta \theta}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho c_\theta \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial x_l} (\overline{\theta \theta}) \right] - 2 \rho \overline{u_k \theta} \frac{\partial T}{\partial x_k} - 2 \rho c_\theta \frac{\overline{\theta \theta}}{k} \epsilon \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho c_k \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial k}{\partial x_l} \right) + P_k + P_b - \rho \epsilon \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho c_\epsilon \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \right) + \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon_1} P_k + c_{\epsilon_2} P_b - \rho c_{\epsilon_2} \epsilon) \quad (22)$$

式中 $P_{ij} = -\rho (\overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k})$; $P_k = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$; $P_{ij,b} = -\rho \beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta})$;

$$P_b = -\beta\rho g_i \overline{u_i \theta}; P_{i,\tau} = -\rho(\overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k} + \overline{\theta u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k})。$$

RSM 模型具有极大的通用性,能够精确预报确定雷诺应力及通量等项,这一模式的优点在于可准确地考虑各向异性效应,虽然其通用性不象人们所期望的那么高,但在不少情况下其预报效果确实比其他模型好。RSM 模型中精度最差的为 ϵ 方程,其模化与 $k-\epsilon$ 方程中情形一样,缺乏物理机制,其整体预报精度值得怀疑。求解如此众多的微分方程决非轻松之事,以二阶封闭为例,共含有 18 个互相耦合的微分方程:即连续性方程(1 个)、动量方程(3 个)、物质输运方程(1 个)、状态方程(1 个)、 $\overline{u_i u_j}$ 方程(6 个)、 $\overline{u_i \theta}$ 方程(3 个)、 $\overline{\theta \theta}$ 方程(1 个)、 k 方程(1 个)及 ϵ 方程(1 个),且雷诺应力边界条件难以事先给定,所以在工程实际中 RSM 模型并未获得广泛应用。

5 代数应力模型(ASM 模型)

ASM 模型是 RSM 模型在一定条件下的简化表达式,表达式形式随简化条件而异,但需求解的附加微分方程只有两个(即 k 方程及 ϵ 方程)。代数应力模型是一种既简单经济,又能体现各向异性的具有较高精度的数学模型,应用该模型既可避开求解雷诺应力方程所面临的十分复杂的计算工作量,又能解决 $k-\epsilon$ 双方程模型难以求解的各向异性及浮力流问题,因而兼有 RSM 模型的通用性和 $k-\epsilon$ 模型的经济性,较为实用。若简化过程中采用当地平衡等假定^[19,33],则雷诺应力及通量项方程代数表达式:

$$-c_1 \frac{\epsilon}{k} \rho(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) - c_2(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k) - c_3(P_{ij,b} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_b) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} \epsilon + P_{ij} + P_{ij,b} = 0 \quad (23)$$

$$P_{i,\tau} - \beta g_i \overline{\theta \theta} - c_{T_1} \frac{\epsilon}{k} \rho \overline{u_i \theta} + \rho c_{T_2} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \overline{u_m \theta} + \rho c_{T_3} \beta g_i \overline{\theta \theta} = 0 \quad (24)$$

$$-2\rho \overline{u_k \theta} \frac{\partial T}{\partial x_k} - 2\rho c_\theta \frac{\overline{\theta \theta}}{k} \epsilon = 0 \quad (25)$$

许多实例计算表明^[35,36,39],代数应力模型较好地预报了流动的各向异性特点。目前,人们把这一模型拓展到弯道或不规则边界条件下湍流情形,倪浩清^[41]、G.C. Cheng^[42]利用柱坐标下的三维代数应力模型研究了呈 90° 及 180° 急弯情形湍流流动及物质输运特性,华祖林等利用曲线网格生成技术对明渠不规则边界进行变换^[43],建立了任意正交曲线坐标下三维代数应力通量模型^[45],为应用代数应力通量模型预报复杂边界条件下工程环境水力学问题开辟了新路。

6 低雷诺数流动模拟方法

上述湍流模型适用于远离壁面高雷诺数区的流动。在近壁面雷诺数较低,处理方法主要有:

(1) 壁函数法 其思想是在主流区采用湍流模型,取距固壁 Y_p 的边界作为计算边界,用壁函数作为近壁区和主流区的桥梁。常用的壁函数有对数壁函数、宾国仁壁函数、张长高壁函数、Van Direst 混合长壁函数、修正壁函数及精细壁函数等^[46,47]。当压力梯度很大或流动出现分离或再附着时,此时的壁函数不够精确。

(2) 区域模式法 主要思想是在近壁区采用比主流区档次低的湍流模型, 然后将两者结合, 进行全流场的数值模拟及计算。

(3) 低雷诺数湍流模型 修正高雷诺数湍流模型, 使之一直适用到近壁处。在全流场均可用低雷诺数湍流模型进行计算, 例如 Launder 等^[25]在 1972 年首先提出的低雷诺数湍流模型。其模型结构将随改进或修正高雷诺数湍流模型的方法不同而不同。

7 双流体模型

湍流双流体模型伴随着两相流的发展而发展, 是由英国帝国理工学院 D. B. Spalding^[48,49]于 1984 年首先提出的。这里所谓的“双流体”不是指两相流或多相流, 而是试图将双流体的概念引入单相流动。Spalding 认为 $k-\epsilon$ 双方程模型之所以在某些情况下不成功, 是由于该模式无法考虑间歇性(intermittency)及周期性(Periodicity), 且因只引入了梯度扩散的假设而忽略了其他的扩散机理。双流体模型的基本思想是, 认为流场可看作两种流体的各自运动及其相互作用的综合。两种流体共存, 这可看作在一个有限的空间体积单元内两种不同相的流体以某种机率交替出现, 两种流体可作为互相穿透的连续介质, 其运动规律遵从各自的控制方程。

借助于两相流的分相及相间的相互作用概念, 可考虑由于各相的不同速度、不同质量力、不同惯性力及不同温度等产生的似扩散作用即掺混作用, 这是非梯度型扩散。相互质量交换后产生动量及能量交换, 也是非梯度型扩散。双流体模型在冷却水及泥沙研究中均有成功的应用例子^[51]。

湍流模式理论研究途径是, 先对描述湍流运动规律的 $N-S$ 方程取平均, 然后再封闭。沿着这一途径还有 Lewis 等的分子运动理论、Meecham 理论及陈善谟统计动力学重复级串法等^[50]。

8 湍流的高级模拟

目前, 湍流高级模拟也得到了较大的发展, 主要有大涡模拟与直接模拟等方法。

(1) 大涡模拟 大涡模拟的方法最早是由气象学家 Smagorinsky (1963) 提出的。大涡模拟方法把脉动运动在内的湍流瞬时运动通过某种滤波方法分解成大尺度运动和小尺度运动两部分。大尺度量要通过数值求解运动微分方程直接计算出来; 小尺度运动对大尺度运动的影响将在运动方程中表现为类似于雷诺应力一样的应力项, 称之为亚格子雷诺应力, 通过建立模型来模拟它们。1970 年气象学家 Deardorff 首次把大涡模拟用于有工程意义的槽道流动的模拟中, 为这一方法奠定了基础。西德 Schumann (1973) 和 Grotzbach (1977) 改进了他的工作, 将此方法推广到环形通道内的流动, 并考虑传热与浮力的效应。从 1972 年起 Stanford 大学 Ferziger 和 Reynolds 领导的集体开始对大涡模拟作了深入系统的研究, 从计算最简单的均匀湍流开始, 由简到繁, 逐步深入, 意在为大涡模拟方法建立坚实的基础。英国 Leslie^[52]领导的集体从 1975 年开始也积极从事这方面的工作, 主要着眼于对亚格子尺度模型的研究。我国苏铭德^{[53][54]}1982 年以来发展了大涡模拟中的代数应力模型, 计算了直槽与弯曲槽道中的流动。

大涡模拟一般用来检验现有湍流模式假定的正确性, 提供湍流模式中封闭时的系数值, 解释湍流实验现象并了解湍流性质, 目前还难以实用。

(2) 直接数值模拟 直接数值模拟所用的方法多数是谱方法或伪谱方法。

最早的湍流直接数值模拟工作是由 Orszag 与其合作者从 70 年代初开始的。他们对目前湍流高级数值模拟中最常用的数值方法——谱方法的发展作出了重大的贡献。从 80 年代初开始, Stanford 大学以 Reynolds、Ferziger 和 Moin 等为首的集体也在直接数值模拟方面做了大量的工作。由于直接数值模拟的计算规模非常大, 这种模拟目前只限于在拥有超级计算机的少数研究中心中进行, 例如美国 Stanford 大学与 NASA Ames 的联合湍流研究中心、NASA Langley 研究中心、Los Alamos 国家实验室与 Princeton 大学, 德国宇航学院 Gottingen 理论流体力学研究所, 法国 ONERA 等。在现有计算机能力的限制下, 目前还只能计算中等以下的雷诺数且有简单几何边界条件的湍流流动, 例如 Kim、Moin 和 Moser (1987)^[55]模拟了雷诺数为 3 300 的槽道流, 所用的网点数为 $N \approx 2 \times 10^6$, 在 Gray - XMP 机上运行了 250 h; 又如 Spalart (1988) 模拟了平板边界层流动, 按动量厚度定义的 $R_{\theta} = 1410$, 所用网点数高达 $N \approx 1.1 \times 10^7$; 我国留美学者陈十一 (1992)^[56]在 Los Alamos 国家实验室完成了网格分辨率高达 512^3 的均匀各向同性湍流的模拟, 对应的 $R_{\lambda} = 200$, 创造了目前的世界纪录。

另外, 近年来国内外许多研究者从不同角度对湍流的机理进行了研究, 诸如混沌^[24]、分形^[57]、重整化群方法^[58]、概率密度分布函数模拟^[59]及拟序结构^[60]等。这些湍流机理研究, 虽然有的概念清晰, 机理也较为完整, 但需解偏微分方程组过于庞大、复杂, 所以距解决工程实际问题为期甚远。总的来说, 目前真正解决工程实际问题仍然以湍流模式为主。

参考文献:

- [1] Turner J S. Buoyancy Effects in Fluids[M]. Cambridge University Press, 1973.
- [2] Maxwell W H C, Holley E, LIN Chi - Yu, *et al.* Study of Stratified Overflows and Underflows[R]. University of Illinois at Urbana - Champaign Water Resources Center, Research Report No.98, 1975.
- [3] Majewski W. Laboratory Investigation on Heat Transfer in Thermally Stratified Flow[A]. Proceeding of the 14th Conference of IAHR[C], A25, 1971.
- [4] French R H. Interfacial Instability in Stratified Flow[A]. Proceedings of the 15th Coastal Engineering Conference[C], 1976, IV:3 124-3 137.
- [5] 张书农, 环境水力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 1989.
- [6] 陈惠泉, 陈燕茹. 二元温差出流的局部掺混[A]. 水利水电科学研究院科学研究论文集(17)[C], 120 ~ 138.
- [7] 金海生. 紊动分层剪切流的试验和数学模型研究[D]. 南京: 河海大学, 1990.
- [8] 槐文信. 浅水型同流污水排放近区稀释特性[J]. 水动力研究与进展, 1998, 13(1): 79 - 87.
- [9] Joseph H W Lee, Wolfgang Rodi, Wong C F. Turbulent Line Momentum Puffs[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122: 19 - 29.
- [10] Lee Wai-Tak, Joseph H W Lee. Effect of Lateral Confinement on Initial Dilution of Vertical Round Buoyant Jet[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997.
- [11] Dunn W E, *et al.* Surface Thermal Plumes Evaluation of Mathematical Models for the Near and Complete Field[M]. Argonne Nat. Lab, USA, ANL/WR - 75 - 3, 1975.
- [12] Shirazi M, Davis L. Workbook of Thermal Plume Prediction[M]. Vol.2, Surface Discharge, Pacific Northwest Environmental Research Lab. USEPA, 1974.
- [13] Prych E A. A Wam Water Effluent Analyzed as a Buoyant Surface Jet[R]. Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Rept, No.21, 1972.
- [14] Stolzenbach K D, Harleman D R F. An Analytical and Experimental Investigation of Surface Discharges of Heated Water

- [R]. MIT Water Resources and Hydrodynamics Lab. Tech. Rept., 1971.
- [15] Johnston A J, Philips C R, Volker R E. Modeling Horizontal Round Buoyant Jets in Shallow Water[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1994, 120:41 - 59.
- [16] 余常昭. 环境流体力学导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [17] Ching Jen Chan, Sheng Yuh Jaw. 湍流模化的现状与发展趋势[J]. 力学进展, 1992, 22(3):381 - 394.
- [18] 杨文熊. 湍流一般机理及其应用[J]. 力学进展, 1992, 22(4):489 - 495.
- [19] 陈景仁. 湍流模型及有限分析法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1988.
- [20] Rodi W. Turbulence Models and Their Application in Hydraulics - A State of the Art Review[M]. University of Karlsruhe, IAHR Publication, 1980.
- [21] 刘兆存. 湍流理论与计算初探[D]. 南京: 河海大学, 1995.5
- [22] 槐文信. 扩散器参数对河流中单向性排放近区稀释的影响[J]. 武汉水利电力学报, 1997, 30(6):6 - 9.
- [23] 梁在潮. 在我国开展工程湍流研究的设想[J]. 力学进展, 1994, 24(4):483 - 487.
- [24] 是勋刚. 湍流[M]. 天津: 天津大学出版社, 1994.
- [25] Launder B E, Spalding D B. Mathematical models of Turbulence[M]. Academic Press Inc. (London) LTD, 1972.
- [26] Kolmogorov A N. Equations of Turbulent Motion of Incompressible Fluid[A]. Izv, Akad-Nauk, USSR, Seria fizich-eska Vi[C], 1942, (1 ~ 2):56 - 58.
- [27] Speziale C G. On Nonlinear $k - l$ and $k - \epsilon$ Models of Turbulence[J]. J Fluid Mech., 1987, 178:459 - 475.
- [28] Yoshizawa A. Statistical Analysis of the Deviation of the Reynolds Stress from its Eddy-Viscosity Representation[J]. Physics of Fluid, 1984, 27:1 377 - 1 387.
- [29] Pope S B. A More General Effective - Viscosity Hypothesis[J]. J. Fluid Mech, 1975, 72(Part 2):331 - 340.
- [30] Ahmadi G, Chowdhury S J. A Rate - Dependent Algebraic Stress Model for Turbulence[J]. Applied Mathematical Modelling, 1999, 15(10):516 - 524.
- [31] 张云, 杨永全, 吴持恭. 各向异性 $k - \epsilon$ 模型研究[J]. 水动力学研究与进展. Ser. A, 1993, 8(Sup):617 - 624.
- [32] 陈义良. 更通用的 $k - \epsilon$ 湍流模型[J]. 工程热物理学报, 1990, 11(3):328 - 334.
- [33] Rodi W. Turbulence Model for Environmental Problems, In: Prediction Methods for Turbulent Flows[M]. Edited by W. Kollmann, Hemisphere Publishing Cooperation, 1980, 260 - 349.
- [34] 倪浩清, 贺益英, 王熊家, 等. 明渠温差异重流中湍浮力回流的数学模型[J]. 中国科学(A 辑), 1987, (4):32 - 43.
- [35] 李炜, 槐文信. 平面射流和浮射流的数学模型及计算方法[J]. 水动力学研究与进展, 1989, 4(4):41 - 49.
- [36] 江春波, 许协庆. 各向异性湍浮力流的三维有限元计算[J]. 水利学报, 1991, 7:8 - 18.
- [37] 倪浩清, 沈永明. 工程湍流流动、传热及传质的数值模拟[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
- [38] 陈惠泉, 陈燕茹. 重叠式排取水口的研究与实践[A]. 水利水电科学研究院科学研究论文集(17)[C], 49 - 85.
- [39] Yang Yong-Quan, Wu Chi-Gong. An Investigation on ASM Turbulence Models in Predicting Non-Isotropic Turbulent Flows[A]. Journal of Hydrodynamics[C], China Ocean Press, China, 1991.
- [40] 张云. 湍流的数值模拟及在水力学中的应用[D]. 成都: 成都科技大学, 1992.
- [41] 倪浩清, 周力行. 明渠弯道环境水力学的几种改进湍流模型[A]. 第二届全国环境水力学学术会议论文集[C]. 1992.1 - 48.
- [42] Cheng G C, Farokhi S. On Turbulent Flows Dominated By Curvature Effects[J]. Journal of Fluids Engineering. 1992, 114:52 - 57.
- [43] 华祖林, 卞华. 曲线网格生成调节因子选取研究[J]. 河海大学学报, 1999, 27(2):40 - 44.

- [44] Hua Zulin. Numerical Simulation of Thermal Discharge by Power Station in Tidal Estuary Using Curvilinear Body-Fitted Boundary[A]. Proceedings of 14th International Power System Conference[C], Tehran, Iran, 1999, (11).161 - 170.
- [45] 华祖林, 王嘉民, 许协庆. 正交曲线坐标下三维代数应力通量模型[J]. 水动力学研究与进展, Ser. A, 2001, 16(2):131 - 142.
- [46] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
- [47] 赛国仁. 紊流力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.
- [48] Spalding D B. A General-Purpose Computer Program for Multi-Dimensional One and Two-Phase Flow[J]. J Mathematics and Computers in Simulation, North Holland, 1984.
- [49] Spalding D B. NASA Langley Workshop on Theoretical Approach to Turbulence[M]. Hampton Virginia, 1984.
- [50] 马福喜. 三维自由表面强紊动水流数值模拟[D]. 南京: 河海大学, 1992.
- [51] 沈永明, 李玉成, 倪浩清. 近海水域两相非恒定湍流全场数值模拟[J]. 水利学报, 1993, (2):64 - 69.
- [52] Leslie D C. Developments in the Theory of Turbulence[M]. Oxford Univ. Press, 1973.
- [53] 苏铭德, Friedrich R. 沿纵向弯曲壁面湍流边界层的大涡模拟[J]. 力学学报, 1984, 16(4):321-324.
- [54] 苏铭德. 大涡模拟——研究湍流的一种新手段[J]. 力学进展, 1984, 25(4):440 - 451.
- [55] Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number[J]. J Fluid Mech, 1987, 177:133 - 166.
- [56] 陈十一. Abstract of Papers, Int Conf. on Fluid Mech. and Theor Phys[A]. in Honor of Prof P - Y Chou's 90th Anniversary[C], Beijing, 1992, 1 - 3.
- [57] 汤一波. 紊流新理论初探——分形, PDC 和通用物理方法[D]. 南京: 河海大学, 1993.
- [58] 杨培才. 湍流运动与非线性科学理论[J]. 力学进展, 1994, 24(2):205 - 219.
- [59] 周力行. 湍流两相流动与燃烧的数值模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991. 172 - 202.
- [60] 张兆顺. 关于湍流拟序结构的思考[J]. 力学进展, 1992, 22(3):289 - 309.

Application of the Turbulence Model to Environmental Hydraulics problem

HUA Zu-lin

(College of Water Resources & Environment, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: This paper summarizes application of the turbulence model to study the characteristic of flow field and the pattern of mass mixing diffusion transportation. The research present situation and new development trend on the turbulence model are analysed in detail. Moreover, the viewpoint on environmental hydraulics problem solved by turbulence model is put forward, and the traits of zero-equation turbulence model, one-equation turbulence model, two-equation $k-\epsilon$ turbulence model and the revised anisotropic $k-\epsilon$ turbulence model, the Reynolds stress model, the algebraic Reynolds stress model, the low-Reynolds flow model and the senior simulation of turbulence flow are discussed.

Key words: turbulence model; flow; mass transportation, environmental hydraulics; numerical forecast