

文章编号: 1001-6791(2001)04-0439-06

# 温度和盐度分层流的数值模拟\*

胡振红<sup>1</sup>, 沈永明<sup>1</sup>, 郑永红<sup>2</sup>, 邱大洪<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 中国科学院广州能源研究所, 广东 广州 510070)

**摘要:** 以 N-S 方程和 k- $\epsilon$  湍流模型为基础, 针对水温和盐度分层流的流动特性, 考虑了浮力对紊动的影响, 建立了温度和盐度分层流的 k- $\epsilon$  模型, 对同时存在温度和盐度梯度的一类密度分层流进行了数值模拟计算, 其中紊动平均量控制方程中的紊动项是由 k- $\epsilon$  紊流模型计算, 给出了速度、温度和盐度的分布。计算结果正确地反映了分层及紊动特征, 与实测结果吻合较好。

**关键词:** 水环境; 水温; 盐度; 分层流; 紊流模型; 数值模拟

**中图分类号:** TV 137      **文献标识码:** A

分层流是指空间存在密度梯度的一类流动, 它是一种很常见的自然现象, 在城市污水排放口附近、工业处理用水池中、以及江河、湖泊、海洋中都会产生浓度、温度或密度分层。众所周知, 密度分层对紊动掺混的影响很大, 如果还同时存在温度分层效应, 将进一步影响业已存在的分层状态, 从而进一步影响紊动掺混。由此可见, 这类分层流动的紊动掺混是比较复杂的。数值模拟这类密度分层流也是一项比较困难的工作, 因为其中的紊动输送的机理十分复杂<sup>[1,2]</sup>。本文利用 k- $\epsilon$  模型封闭紊动分层流运动的平均量的控制方程, 对这类同时存在温度和盐度梯度的分层流进行了数值模拟, 并将计算结果与实测结果作了比较。

## 1 数学模型

### 1.1 模型的控制方程组

自然界中绝大部分的流动是湍流流动, 如江河、湖泊、水库及海洋中水的流动等。虽然紊流运动是一种非常不规则的流动状态, 它的各种量随时间与空间坐标表现出随机变化, 但它的瞬时运动规律仍可由 Navier-Stokes 方程来描述。由于紊流运动的复杂性和随机性, 人们通常撇开瞬时量而研究描述平均量的方程, 并由此研究紊流脉动对平均运动的影响<sup>[1]</sup>。对 N-S 方程进行雷诺分解和平均, 并补充温度方程及盐度方程, 则可得描述含盐及热水流体运动的平均量的控制方程如下(采用张量记号):

连续方程

\* 收稿日期: 2000-08-09; 修订日期: 2000-10-08

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目 (50125924); 国家自然科学基金重点项目 (59839330)

作者简介: 胡振红 (1976 - ), 女, 吉林长春人, 大连理工大学博士研究生, 主要从事环境水力学研究。

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = & - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \\ & + g_i [1 - (T_0) \cdot T_0 + (T) \cdot T + (T, S) \cdot S] \end{aligned} \quad (2)$$

温度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( - \frac{\partial T}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (- \overline{u_j}) \quad (3)$$

盐度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (S) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j S) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( D_s \frac{\partial S}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (- \overline{u_j S}) \quad (4)$$

状态方程

$$= \rho_0 [1 - (T_0) \cdot T_0 + (T) \cdot T + (T, S) \cdot S] \quad (5)$$

式中  $u_i$  (或  $u_j$ )、 $T$ 、 $S$ 、 $p$  分别为时均流速分量、时均水温、时均含盐度及时均压强； $u_i$  (或  $u_j$ )、 $\overline{u_i u_j}$ 、 $\overline{u_j}$  和  $\overline{u_j S}$  分别为流速分量、温度和含盐度的脉动量； $-\overline{u_i u_j}$ 、 $-\overline{u_j}$  和  $-\overline{u_j S}$  为紊动输运量； $\rho_0$ 、 $\mu$ 、 $C_p$ 、 $D_s$  分别为流体的密度、动力粘性系数、比热、分子导热系数和盐的分子扩散系数； $g_i$  为  $x_i$  方向的重力加速度； $T_0$  为参考温度，取其等于环境水温； $\rho_0$  为含盐度为 0、温度为  $T_0$  的水体密度； $(T)$ 、 $(T, S)$  的表达式见文献[3]。

上述方程中由于包含有未知的紊动输运项 ( $-\overline{u_i u_j}$ 、 $-\overline{u_j}$  和  $-\overline{u_j S}$ ) 而使方程组不封闭。采用  $k$ - $\epsilon$  紊流模型封闭上述方程组。 $k$ - $\epsilon$  模型中的应力和通量表达式分别为

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

$$-\overline{u_j} = \frac{\nu_t}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$-\overline{u_j S} = \frac{\nu_t}{\rho} \frac{\partial S}{\partial x_j} \quad (8)$$

式中  $\delta_{ij}$  取值为零 ( $i \neq j$ ) 或 1 ( $i = j$ )， $\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon$  为运动涡粘性系数，紊动动能  $k$  及其耗散率  $\epsilon$  可由下述微分输运方程确定：

$$\frac{\partial}{\partial t} (k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_e}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \epsilon + g_i \overline{u_j} + g_i \overline{u_j S} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_e}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \overline{k} G_k - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

式中  $G_k$  为紊动动能的产生项； $\mu_e$  为有效动力粘性系数，表达为

$$G_k = \mu_t \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (11)$$

$$\mu_e = \mu + \mu_t \quad (12)$$

以上各式中，对于热输运问题， $\frac{\nu_t}{\rho}$  称为湍流普朗特 (Prandtl) 数，对于质量输运问题， $\frac{\nu_t}{D_s}$  称为湍流施密特 (Schmidt) 数。实验表明， $\frac{\nu_t}{\rho}$  几乎不变，一般取做常数，约为 0.9，但是必须指出，

浮力作用对  $\sigma$  的数值有明显的影响。可用 Munk-Anderson 公式计及这一影响<sup>[4]</sup>, 即

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{(1 + R_i)}{(1 + R_i)} \quad (13)$$

其中

$$R_i = - \frac{g}{(\partial U / \partial y)} \frac{\partial / \partial y}{(\partial U / \partial y)^2} \quad (14)$$

称为梯度 Richardson 数。 $\sigma_0$  为自然分层时  $\sigma$  的数值。W. H. Munk 和 E. R. Anderson 的研究表明, 上式中的经验常数取下列数值时, 与大多数实验资料吻合甚好, 即  $\sigma_0 = -0.5$ ,  $\sigma_1 = 10$ ,  $\sigma_2 = -1.5$ ,  $\sigma_3 = 3.33$ 。以上各式中的经验常数分别取值为<sup>[1,2]</sup>:  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_1 = 1.44$ ,  $C_2 = 1.92$ ,  $\sigma_0 = 1.0$ ,  $\sigma_1 = 1.0$ ,  $\sigma_2 = 1.3$ 。

## 1.2 边界条件及数值方法

求解区域的边界由进口边界、自由面边界、出口边界及壁面边界四部分组成。

(1) 上游进口边界 流速、紊动特征量、温度及盐度作为本质性边界条件给出, 取  $\sigma = 0$ , 流速  $u$  按实测值给定。紊动量根据流速分布确定。温度  $T$  及盐度  $S$  按实测值给定。

(2) 下游出口边界 流动在此处已经比较均匀, 各物理量沿程变化很小, 按充分发展条件给出, 即各物理量沿出口法向梯度为零。

(3) 自由面边界 对自由水面采用了‘刚盖’假定, 认为自由面是一个无摩擦的固定平面, 将其作为对称面处理。考虑到自由面对紊动的抑制作用, 自由面上的紊动动能耗散率由经验公式来确定。

(4) 壁面边界 采用粘性无滑移条件, 并假定没有质量或热量交换。此外, 对近壁网格节点应用壁函数方法来处理近壁粘性次层。

本文采用控制体积法, 幂函数格式离散控制方程。在计算域内布置不均匀的交错网格, 即各流速分量、压力、温度等变量的计算结点不相重合。由于上述水流运动的控制方程是非线性的, 互相耦合的, 以及为使边界信息较快地传递到计算区域的内部, 采用了逐行三对角矩阵迭代。在迭代算法中, 为了防止迭代过程中的数值不稳定, 采用了欠松弛技术。计算表明, 上述模型的数值稳定性好, 收敛较快。

## 2 计算结果

应用以上数学模型, 对两股既有温度差又有盐度差的流体平顺汇合所形成的同时存在温度梯度和盐度梯度的二维密度分层紊流进行了模拟计算。将各紊动应力分量代入紊流运动的控制方程, 并进行必要的整理, 采用源项的线性化技术, 导出离散方程。

为了验证模型的精度, 采用了文献[2]的实验结果。如图 1 所示, 图中进口附近为上下两股流体汇合前的分隔板, 上层通过热水, 下层通过盐水。实验在长 12 m, 宽 21.5 cm, 深 30 cm 的矩形棱柱体玻璃水槽内进行, 实验时水深约为 15 cm, 其中上层水深约为 5 cm。在水槽进口处设置一引导箱, 两股运动及水质参数(即流速、水温、含盐度等)不同的流体通过引导箱平顺汇合, 采取特别措施使各种参数在实验过程中保持恒定不变。利用点温计、电导率仪分别测量了温度和盐度沿程及垂向分布。

如图 2 给出了工况 1 的纵向流速、温度及盐度分布的计算及验证结果。如图 3 给出了工况

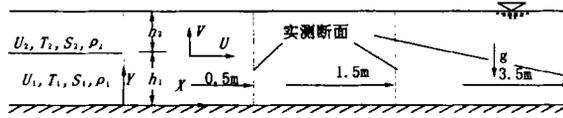
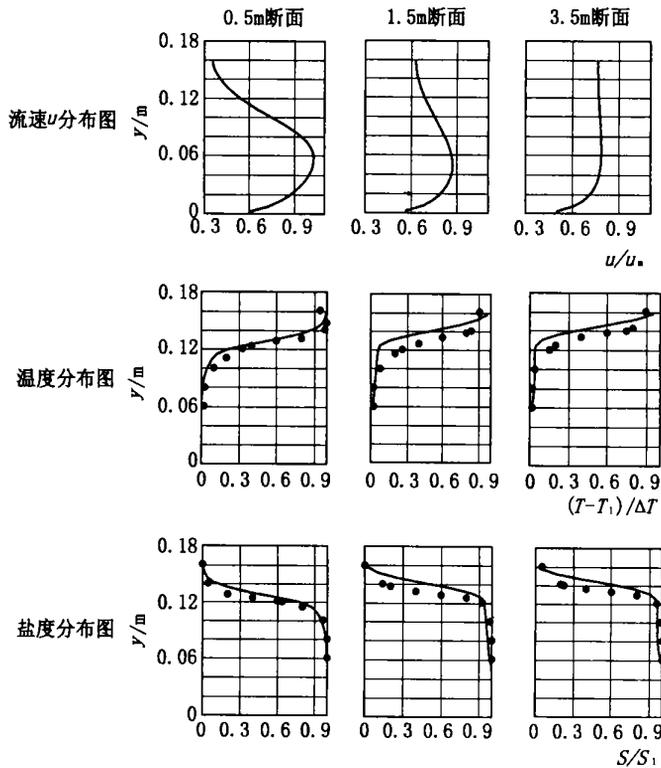


图 1 计算区域及坐标系

Fig. 1. Flow geometry and co-ordinate system

2 的纵向流速、温度及盐度分布的计算及验证结果。图中参数的意义分别为：雷诺数  $Re = V_1 R_1 / \nu$ ， $R_1$  为进口下层流体的水力半径，流速比  $V_2 / V_1$ ，密度弗劳德数  $F_r = V_1 / \sqrt{\frac{1-\rho_2}{\rho_1} g h_1}$ ，温差  $T = T_2 - T_1$ 。

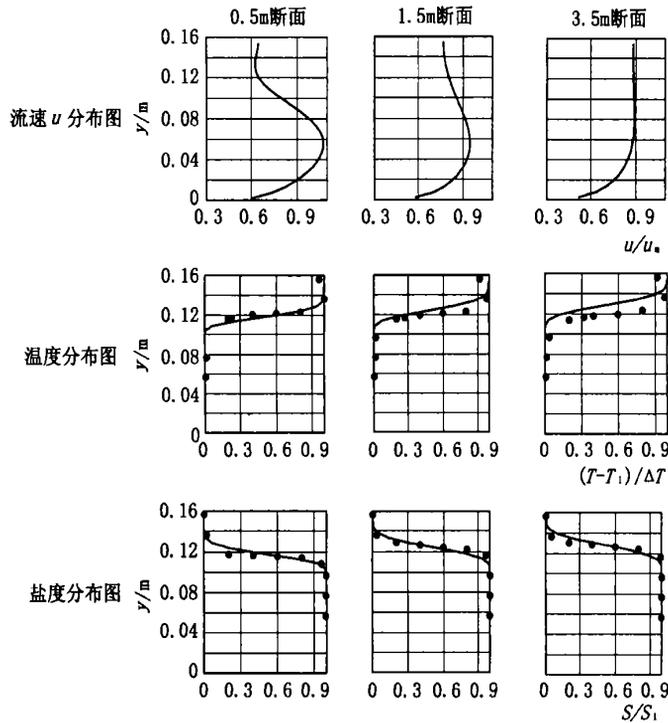


$Re = 5\ 641$ ,  $V_2 / V_1 = 0.27$ ,  $F_r = 1.326$ ,  $H = 0.1606\ m$ ,  
 $V_1 = 0.155\ m/s$ ,  $T = 11.5$ ,  $T_1 = 21.9$ ,  $S_1 = 12.5\ ‰$

图 2 工况 1 实测与计算结果 (- 计算, 实测)

Fig. 2. Calculated and examined longitudinal velocity, temperature and salinity for case 1

从图 2 和图 3 中可以看出，在各种情况下，本文模型的计算都较好地模拟了同时存在温度和盐度梯度的盐热分层流中各种物理量的变化规律，它正确地反映了这类流动的分层及紊动特征，计算结果与实测结果吻合较好。此外，由图 2 和图 3 还可看出，影响两股流体掺混的主要因素是流速比和密度弗劳德数，当流速比较小，密度弗劳德数较大时，掺混很强烈，流速、温



$Re = 3191, V_2/V_1 = 0.486, F_r = 0.805, H = 0.1566m,$   
 $V_1 = 0.0886 \text{ m/s}, T = 10.5, T_1 = 21.8, S_1 = 11.9\text{‰}$

图 3 工况 2 实测与计算结果 (- 计算, 实测)

Fig. 3. Calculated and examined longitudinal velocity, temperature and salinity for case 2

度和盐度分布很快达到均匀化，随着流速比的加大，密度弗劳德数的减小，掺混则减弱，以致形成分层流动，甚至二层流。

### 3 结 语

本文建立了一个用于模拟同时存在温度和盐度梯度的一类密度分层流的数学模型，其中紊动项由 k-ε 模型模拟。模型不仅在控制方程中计及了密度变化，而且在控制方程中加进了浮力项，并对湍流 Schmidt 数也做了浮力修正，从而计及了浮力对紊动的影响。由于控制方程是非线性的，互相耦联的，因此，采用了 SIMPLE 算法及源项的线性化技术，通过耦合迭代方法，对这类分层流进行了数值模拟。计算给出了速度、温度、盐度分布，计算结果与实测结果符合较好。

#### 参考文献：

[1] 倪浩清, 沈永明. 工程湍流流动、传热及传质的数值模拟[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996. 1 - 24.  
 [2] Jin H S, Zhang S N. Numerical simulation of stratified flow with both vertical temperature gradient and vertical salinity

gradient [J]. Journal of Hydrodynamics, 1992, (2):24 - 30.

[3] 联合国教科文组织,汪德元译. 海水基本特性计算方法[R]. 北京:国家海洋资料中心出版社, 1987.

[4] Shen YM, Li YC, Chwang A T. Quasi-three-dimensional refined modeling of turbulent flow and water quality in coastal waters [J]. Science in China, 1996, 39 (4):342 - 353.

## Numerical Simulation of Thermal and Saline Stratified Flow<sup>\*</sup>

HU Zhen-hong<sup>1</sup>, SHEN Yong-ming<sup>1</sup>, ZHENG Yong-hong<sup>2</sup>, QIU Da-hong<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510070, China)

**Abstract :** Based on the N-S equation and the universal  $k-\epsilon$  turbulent model, taking the character of thermal and saline stratified flow and the effects of buoyancy on turbulence into account, the  $k-\epsilon$  model of thermal and saline stratified flow is established. Density stratified flow with both the vertical temperature gradient and the vertical salinity gradient is simulated numerically, in which turbulent terms are calculated by the  $k-\epsilon$  turbulent model. The distributions of velocity, temperature and salinity are given in this paper. The feature of stratification and turbulence is described correctly by the model. The computational results agree well with the experimental data.

**Key words :** aquatic environment; water temperature; salinity; stratified flow; turbulence model; numerical simulation

---

\* The project is supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars (50125924) and the National Natural Science Fund of China (No. 59839330).