

顺直河流横向紊动扩散系数

郑旭荣, 邓志强, 申继红

(石河子大学水利建筑工程学院, 新疆 石河子 832003)

摘要: 利用垂直紊动扩散系数及水利几何形态关系, 借助于抛物线型断面形态方程, 提出了顺直河道中局部水深沿横断面的分布, 在此基础上确定了横向紊动扩散系数的断面分布及其平均值表达式, 阐明了无量纲横向紊流扩散系数间的关系, 计算的断面平均横向紊动扩散系数与 138 组试验资料吻合良好。比较结果表明, 建立的顺直河道横向紊流扩散系数计算公式能给出与实测值最接近的预测值。与现有的其它横向紊流扩散系数计算公式相比, 其公式在理论上更加合理, 机理上更加清楚, 并且具有最小的预测误差。

关 键 词: 顺直河流; 紊流扩散; 预测

中图分类号: TV 133

文献标识码: A

文章编号: 1001-6791(2002)06-670-05

污染物在各向异性紊流中的混合是一个实际的水环境问题。各向异性紊流的垂向紊动扩散系数 ε_z , 纵向紊动扩散系数 ε_x 以及横向紊动扩散系数 ε_y 是不同的。根据“雷诺模拟”^[1,2] 和对数流速分布, 并假设线性切应力分布 $\tau(z) = \tau_{\text{底}}(1 - z/h)$, 将 ε_z 用抛物线型分布来描述:

$$\varepsilon_y(\eta) = \nu_t = k h u_* \eta(1 - \eta) \quad (1)$$

式中 $\eta = z/h$ 是无量纲水深。式(1)是根据水深为常数的无限宽河槽导出的。对于水深沿河宽变化的天然河流, 可假设式(1)在局部成立, 即式中 h 为局部水深, u_* 为局部摩阻流速。

式(1)沿水深积分可得惯用的垂向平均紊动扩散系数表达式^[3]

$$\varepsilon_z = \frac{1}{6} k u_* h \quad (2)$$

式中 卡门常数 k 约为 0.4。

天然河道的宽深比很少有小于 10 的, 所以一般示踪剂或污染物沿水深的混合会在短时间内完成, 此后的混合过程主要发生在横向。鉴于横向混合过程的复杂性, 许多人怀疑通过理论途径确定横向紊动扩散系数的可靠性^[4,5], 因而进行了大量的有关横向混合的试验以便探讨控制横向紊动混合的因素。

利用量纲分析法和顺直渠槽的 71 组试验资料, Lau 和 Krishnappan^[6] 发现: (a) 无量纲系数 $\varepsilon_y/(\bar{u} \cdot B)$ 随着河槽宽深比 B/H 的增加而减小, 但随着 Darcy-Weisbach 阻力系数 f 的增加而加大; (b) 在矩形河槽中的横向扩散主要是由次生环流引起, 而次生环流又受 B/H 控制; (c) 采用 $\varepsilon_y/(\bar{u} \cdot B)$ 作为无量纲紊动扩散系数要比 $\varepsilon_y/(\bar{u} \cdot H)$ 好, $\bar{u}$ 是横断面平均剪切流速。Webel 和 Schatzmana^[7] 进行了系统的试验研究后发现, $\varepsilon_y/(\bar{u} \cdot H)$ 为一常数 0.13。该值与在莱茵河靠近

收稿日期: 2001-10-23; 修订日期: 2002-03-20

作者简介: 郑旭荣(1961 -), 男, 新疆石河子人, 副教授, 主要从事水工水力学方面的研究。

Karlsruhe 的顺直河段实测的 $\varepsilon_y / (\bar{u} \cdot H) = 0.17$ 相当接近。根据在顺直渠槽上所做的 75 组独立试验的结果, Fischer 等^[8] 建议取 $\varepsilon_y = 0.15 (\bar{u} \cdot H)$ 。Rutherford^[5] 对大量的研究总结得出 $\varepsilon_y / (\bar{u} \cdot H)$ 值为 $0.10 \sim 0.26$, 而横向与垂向混合系数之比 $\varepsilon_y / \varepsilon_z \approx 2 \sim 3$ 。

为导出横向紊动扩散系数 ε_y 在顺直渠槽横断面分布, 需知水深的横向分布。因此, 本文的目标是: (a) 确定顺直河道中局部水深沿横向的分布; (b) 确定横向紊动扩散系数 ε_y 的断面分布及其均值表达式; (c) 阐明无量纲横向紊动扩散系数 $\varepsilon_y / (\bar{u} \cdot B)$ 与 $\varepsilon_y / (\bar{u} \cdot H)$ 之间的关系。

1 局部水深的横向分布

天然河流的横断面形状和水深 h 的横向分布影响流速分布及污染物的横向混合。其中, 水深的横向分布是由河槽的横断面形状决定的。因此, 建立局部水深与稳定河道的断面形态参数间的关系是确定局部水深的关系。对于图 1 所示的概化河槽, 其沿纵向顺直, 横断面关于河槽中心 $y=0$ 对称, B 是水面宽, b 为水面宽的一半, 最大水深 $h = H_c$ 位于 $y=0$ 处。

为了描述顺直稳定河槽的横向分布, 已提出了余弦型、指数型及抛物线型三种断面形态方程^[1,9], 其中余弦型和抛物线型是非常相似的, 而抛物线型是最常采用的。Mironenko 等^[9] 及曹叔尤和 Knight^[10] 提出的河槽断面形态方程可整理成同一方程

$$\frac{h(y)}{H_c} = 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \quad (3)$$

需要指出的是, 式 (3) 这种河槽断面形态方程仅适用于渠道或顺直河道的两岸附近。天然河道的横断面形态通常被概化为两个弯曲的河岸加上一个平直的河底^[9], 平底区的宽度用数值解法确定。即目前尚无方程可直接用来描述天然河道的横断面形态。

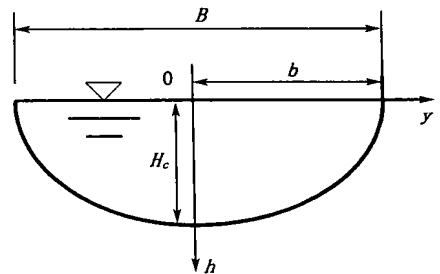


图 1 概化河道断面

Fig. 1 Outline of cross-section for rivers

稳定天然河流的河槽形态常用水力几何关系式又称河相关系来描述。这种关系式反映了河道的宽度、水深、流速等参数与流量间的关系。河相关系分为断面河相关系和沿程河相关系^[11]。断面河相关系反映了河道某一断面的水面宽 B 和平均水深 H 随流量而变化的规律。这些变化规律常表达为流量的幂函数形式^[2,11~13]。

$$B = aQ^\delta \quad (4)$$

$$H = dQ^\theta \quad (5)$$

式中 a 、 d 、 δ 及 θ 都是常数。根据世界各地不同河流的 374 个断面上实测的资料, 钱宁^[11] 得到指数 δ 和 θ 的平均值为 $\delta = 0.14$, $\theta = 0.43$ 。而 $\delta = 0.14$ 及 $\theta = 0.43$ 的河槽形态在天然河流中出现的频率最高^[14], 因此是最稳定的河槽形态^[15]。为便于分析, 本文定义一个河槽形态参数 β , $\beta = \theta / \delta$ 。对于处于动态平衡的稳定河道, $\beta \approx 3.07$ 。然而, 大部分天然河流并不处于动态稳定状态。因此, 大部分河流的形态参数 β 并非一常数, 而应该是一个变量。由式 (4) 和式 (5) 得到如下的河道宽度与水深之间的断面水力几何关系式

$$B = eH^{1/\beta} \quad (6)$$

式中 e 为常数。概化的抛物线可表达为 $h = H_c - py^q$, 河槽中心 $y = 0$, $h = H_c$; 而河岸处 $y = b$, 水深 $h = 0$, 因而 $H_c = pb^q$ 。断面平均水深是 $H_c q / (q + 1)$ 或 $pb^q [q / (q + 1)]$ 。为满足式 (6), q 必须等于 β 。由此可得以 β 作为惟一参数的无量纲形式的横断面水深表达式

$$\frac{h(y)}{H_c} = 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^\beta \quad (7)$$

或
$$\frac{h(\xi)}{H_c} = 1 - \xi^\beta \quad (8)$$

式 (7) 是本文的一个主要发现和基础。由上述分析过程可知, 式 (7) 源自于断面河相关系及世界各地不同河流上实测的 374 组资料。式中引进了无量纲横向坐标 $\xi = y/b$ 。显然, 当 $\beta = 2$ 时, 式 (7) 转化为式 (3)。一般 β 值大于 2, 且应该与河道宽深比 B/H 密切相关。相应于 $\beta = 2$ 的式 (3) 是在 $B/H = 8$ 或 $\ln(B/H) \approx 2.08$ 的条件下得出的^[10]。此外, 利用张海燕的弯曲型河道的平面几何模型^[13]发现, $B/H = 21$ 或 $\ln(B/H) \approx 3.04$ 对应于稳定的顺直型河道。由前述可知, 稳定的顺直河道的形态参数的平均值是 $\beta = 3.07$ 。因此, 当 $B/H = 8$ 和 21 时, 有 $\beta = \ln(B/H)$ 。据此本文推断河道形态参数 β 与宽深比 B/H 之间存在如下函数关系

$$\beta = \ln(B/H) \quad (9)$$

由式 (8) 得断面平均水深
$$H = H_c \int_0^1 (1 - \xi^\beta) d\xi = \frac{\beta}{\beta + 1} H_c \quad (10)$$

需要说明的是, 式 (7) 和 (9) 相结合可用来描述顺直型天然河道或河段的各种断面形态。如 $\beta = 1$ 代表三角形断面; $\beta = 2$ 代表抛物线型断面; $\beta > 2$ 时式 (7) 可用来描述底部平坦两岸弯曲的断面; 而 β 趋向于无穷大时, 式 (7) 代表着矩形断面。

2 顺直河流的横向紊动扩散系数

考虑到横向扩散系数 ε_y 和垂向扩散系数 ε_z 均与长度尺度和流速尺度相联系, 故假设两者之间可用一参数 λ 来联系, 即

$$\varepsilon_z = \lambda \varepsilon_y \quad (11)$$

将式 (11) 代入式 (1) 得
$$\varepsilon_y(\xi, \eta) = k h u_* \eta (1 - \eta) / \lambda \quad (12)$$

利用本文导出的式 (7) 和式 (10) 及通用的摩阻流速表达式 $u_* = (gsh)^{1/2}$, 再加上断面平均摩阻流速与水深之间的关系 $\bar{u}_* = (gsh)^{1/2}$, 可将局部摩阻流速 u_* 用断面平均值 $\bar{u}_*$ 来表示, 即

$$u_* = \sqrt{gsh} = \sqrt{gsh} (1 - \xi^\beta)^{1/2} = \sqrt{gsh} \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right)^{1/2} (1 - \xi^\beta)^{1/2} = \bar{u}_* \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right)^{1/2} (1 - \xi^\beta)^{1/2} \quad (13)$$

式中 s 为河道坡降。由式 (13)、(7)、(10) 及 (12) 可得横向紊动扩散系数的断面分布表达式

$$\varepsilon_y(\xi, \eta) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right)^{3/2} (1 - \xi^\beta)^{3/2} (1 - \eta) \eta H \bar{u}_* \quad (14)$$

式 (14) 沿垂向 η 积分可得
$$\varepsilon_y(\xi) = \frac{1}{6} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{\beta H}{\beta} \right)^{3/2} (1 - \xi^\beta)^{3/2} H \bar{u}_* \quad (15)$$

式 (15) 可简化为
$$\varepsilon_y(\xi) = \frac{1}{6} \frac{C}{\lambda} k H \bar{u}_* \quad (16)$$

其中
$$C = \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right)^{3/2} (1 - \xi^\beta)^{3/2} \quad (17)$$

参数 C 随河道宽深比或形态参数 β 而变化的规律, 如图 2、3 所示。图 2 表明, 参数 C 依

赖于河槽形态参数 β 和到槽中心处的横向距离 ξ ，且变化显著。而在河道中心处 C 仅取决于 β ，如图3所示。然而，将参数 C 从 $\beta=0$ 到1积分表明，当 β 从1.5变化到6时， C 的平均值仅从1.10变化到1.04。因此可取参数 C 为一常数1.06。可见，河道宽深比对横向紊动扩散系数的分布具有显著影响，尤其是在宽深比较小的河道中心影响更大，但对横向紊动扩散系数的平均值却影响很小。显然， β 对泥沙及污染物在河流中分布的影响随着宽深比的减小而增大。

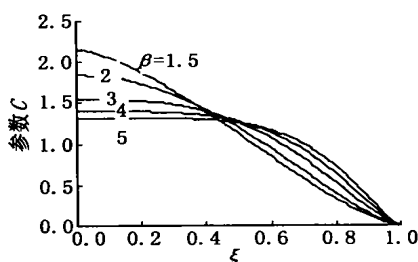


图2 参数 C 与 β ， ξ 关系曲线

Fig. 2 Relationship between parameter C , β , and ξ

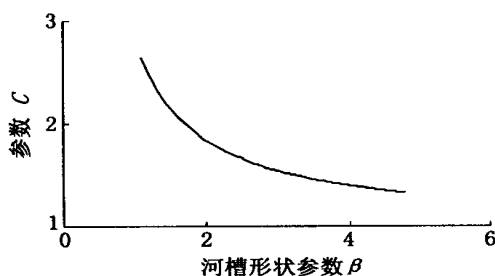


图3 河槽中心参数 C 随 β 的变化

Fig. 3 Variation of channel center parameter C with β

根据 Rutherford 收集的资料^[5]，本文发现 $\lambda = 1/2.26$ 。将 $C = 1.06$ ， $k = 0.4$ 和 $\lambda = 1/2.26$ 代入式(16)得到本文的天然河流横向紊动扩散系数的断面

面平均值表达式

$$\frac{\varepsilon_y}{Hu_*} = 0.16 \quad (18)$$

或

$$\frac{\varepsilon_y}{Bu_*} = \frac{0.16}{B/H} \quad (19)$$

显然，式(18)和式(19)是等价的，并且可以通过 B/H 相互转化。利用 Rutherford^[5]收集的138组试验资料，本文验证了式(18)和式(19)的精度。图4表明，式(19)计算的横向紊动扩散系数与138组实测资料吻合良好。因此，式(18)和式(19)可用来确定顺直天然河流的横向紊动扩散系数的断面平均值。

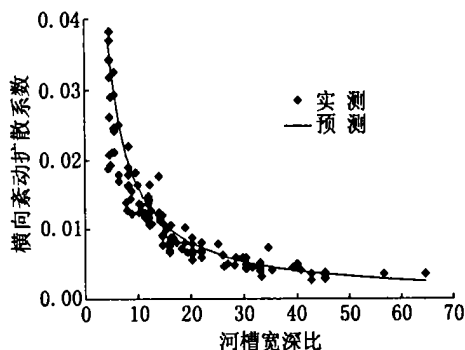


图4 横向紊动扩散系数随宽深比的变化

Fig. 4 Variation of turbulent diffusion coefficient with width/depth

3 结 论

(1) 冲积河流的河槽横断面形状可用式(7)来描述。

(2) $\varepsilon_y/(Bu_*)$ 和 $\varepsilon_y/(Hu_*)$ 表达式是等价的，可通过 B/H 相互转化。对于顺直河流，横向紊动扩散系数 $\varepsilon_y/(Hu_*)$ 可近似看成0.16。横向和垂向紊动扩散系数的比值为 $\varepsilon_y/\varepsilon_z = 2.26$ 。

(3) 无量纲紊动扩散系数的空间分布可用式(13)和(15)描述。河槽形状参数 β 对天然河流的横向紊动扩散系数的分布有很大影响，并且这种影响随 β 的减小而增大，但是断面横向紊动扩散系数的平均值随 β 变化很小。

参考文献：

- [1] ASCE Task Committee on Hydraulics, Bank Mechanics and Modeling of River Width Adjustment. River width adjustment. I: Processes and Mechanisms[J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1998, 124(9): 881 - 902.
- [2] Chang H H. Fluvial processes in river engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1988.
- [3] Nezu I, Nakagawa H. Turbulence in open-channel flows[R]. A A Balkema, Rotterdam, Netherlands. 1993.
- [4] ASCE Task Committee on Turbulence Models in Hydraulic Computations. Turbulence modeling of surface water flow and transport[J]. Parts I-III. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1988, 114(9): 970 - 1051.
- [5] Rutherford J C. River mixing[M]. John Wiley & Sons, Chichester, England. 1994.
- [6] Vigilar G G, Diplas P. Stable channels with mobile bed: formulation and numerical solution[J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1997, 123(3): 189 - 199.
- [7] Webel G, Schatzman M. Transverse mixing in open channel flow[J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1984, 110(4): 423 - 435.
- [8] 钱 宁, 张 仁, 周志德. 河床演变学[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [9] Lau Y L, Krishnappan B G. Transverse dispersion in rectangular channels[J]. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 1977, 103(10): 1173 - 1189.
- [10] Cao S Y, Knight D W. Entropy-based design approach of threshold alluvial channels[J]. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 1997, 35(4): 505 - 524.
- [11] Chien N, Zhang R, Zhou Z D. Fluvial processes (in Chinese) [M]. Beijing: Science Press, 1987. 356 - 365.
- [12] Leopold L B, Maddock T J. Hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications[C]. U S Geological Survey Professional Paper 252, 1953. 55.
- [13] Richards K. Rivers: form and process in alluvial channels[M]. London: Methuen & Co Ltd, 1982. 148 - 179.
- [14] Park C C. World-wide variations in hydraulic geometry exponents of stream channels: an analysis and some observations [J]. Journal of Hydrology, 1977, 33(6): 133 - 146.
- [15] Deng Z Q, Singh V P. Mechanism and conditions for change in channel pattern[J]. Journal of Hydraulic Research, IAHR, 1999, 37(4): 465 - 478.

Transverse turbulent dispersion coefficient in straight channel

ZHENG Xu-rong, DENG Zhi-qiang, SHEN Ji-hong

(Shihezi University, Shihezi 832003, China)

Abstract: Based on the relationship between the vertical turbulent dispersion coefficient and hydraulic geometric shape, the distribution of local water depth with transverse surface in straight channel is put forward. The distribution of transverse turbulent dispersion coefficient and its expression of average value are determined. The cross-section averaged transverse turbulent dispersion coefficient is found to be in good agreement with the of experimental data of 138 sets. The transverse turbulent dispersion coefficient calculated by using the equation are close to the observed. It indicates that the equation is not only more reasonable and clear in terms of theory and mechanism but has also the lowest error than others.

Key words: straight channel; turbulent diffusion; forecasting