

漫滩恒定明渠水流的三维数值模拟

槐文信¹, 陈文学², 童汉毅¹, 卓建民³

(1. 武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉 430072; 2. 中国水利水电科学研究院, 北京 100038;
3. 深圳市治理深圳河办公室, 广东 深圳 518008)

摘要: 采用 Naot-Rodi 代数应力模型(N-R 模型), 结合非均匀交错网格下的混合有限分析法(HFAM)来计算漫滩水流的三维流动。为了得到稳定的收敛解, 作了两点改进: 其一为非均匀网格中数值离散的导数项二阶格式的引入; 其二为复式断面分块耦合技术的采用。给出了漫滩水流主流速等值线、二次流的断面分布、垂线平均流速的横向分布以及主槽与全断面流量比随相对水深的变化规律。部分结果与实验资料的对比, 表明 N-R 模型和 HFAM 能较好地用于研究漫滩水流流速、流量和水位的关系。

关键词: 漫滩; 明渠水流; 三维数值模拟

中图分类号: TV 131.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-6791(2003)01-015-05

在平原河流上, 许多河道都具有滩地和深槽的复式河槽, 在中小水时, 水流在主槽内流动; 在洪水时, 水位超过滩面, 形成漫滩水流, 主槽的较快流动与滩地的较慢流动相互作用, 产生很大的动量交换。在进行水资源规划、滩地利用、防洪水位设计、河道整治等方面都会涉及到这类问题, 因此, 对漫滩水流的研究具有重要的理论意义和应用价值。

近 10 多年来, 漫滩水流的理论研究进展较快, Shiono 和 Knight^[1,2]对沿水深积分的二维动量方程进行简化, 求出了壁面应力与平均流速的解析解。Keller 和 Rodi^[3]、Prinos^[4]采用水深平均的紊流模型计算了漫滩水流, 其缺点在于没有反映好交换处流速和平均应力的关系。Krishnappan 和 Lau^[5]采用 Thatchell 提出的代数应力模型, Kamahara 和 Tamai^[6]采用 Launder 和 Ying 提出的代数应力模型分别计算了复式明渠流动, 但上述模型的共同特点是应力表达式中忽略了二次流速的导数项。Larsson^[7]采用 Naot 和 Rodi^[8]提出的 N-R 模型, Prinos 采用 Demuren 和 Rodi 提出的模型也计算了复式断面明渠流动, 但他们均采用了近似公式模拟固体边界对雷诺应力的影响。林斌良和 Shiono^[9]、陈文学^[10]选用复式断面, 对比研究了非线性 k - ϵ 紊流模型和 N-R 模型的适用性, 其共同的结论为 N-R 模型能较好地模拟时均流速分布。因此, 本文旨在进一步探讨 N-R 模型和混合有限分析法的结合对漫滩水流的模拟效果。

近 30 年来, 对漫滩水流的实验研究取得了可喜的进展。主要以 Mayer^[11]、Knight^[12]等学者的研究, 取得了一些有价值的成果。

1 数学模型

1.1 时均流动控制方程

对于图 1 所示的复式明渠流动, 设渠道的流动为充分发展的均匀紊流, 可近似处理为抛物型流动, 则略

收稿日期: 2001-11-19; 修订日期: 2002-01-15

基金项目: 教育部骨干教师资助项目; 广东省水利厅科研基金资助项目

作者简介: 槐文信(1963-), 男, 陕西乾县人, 武汉大学教授、博士生导师, 主要从事环境水力学方面的研究。

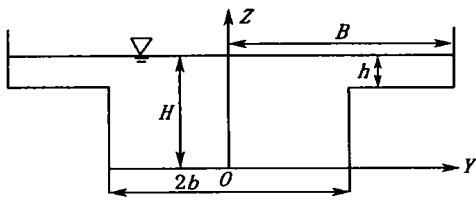


图1 漫滩水流示意

Fig.1 Steady flow in compound channels

去主流方向的扩散项后，有时均流动的控制方程

连续性方程
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

动量方程为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g \sin \alpha + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (4)$$

式中 u 、 v 、 w 分别为 x 、 y 、 z 方向的速度分量； α 为坡角； g 为重力加速度； p 为压强； ρ 为水的密度； $\tau_{ij} = -\rho u_i u_j$ ； u_i 为 x_i 方向的脉动流速分量。

1.2 N-R 代数应力模型

Naot-Rodi 认为：在雷诺应力表达式中对流项和扩散项相平衡；二次流的导数对雷诺应力的作用不能忽略。在此基础上，给出了几个应力的表达式，并且考虑了固体表面以及水面对应力的影响^[8]，考虑流动为充分发展的湍流后，湍动能和耗散率方程依次为

$$u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-\tau_{xy}}{\rho} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{-\tau_{xz}}{\rho} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - \epsilon \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-\tau_{xy}}{\rho} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{-\tau_{xz}}{\rho} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + C_1 \frac{P}{k} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

式中 $P = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$ ， $k = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2)$ ， $\epsilon = \nu \nabla^2 k$ ， $\nu = 1.225 \nu_t$ ， $C_1 = 1.44$ ， $C_2 = 1.92$ 。

1.3 边界条件

对图1所示的流动，需要给出固体边界和自由水面的流速、湍动能及其耗散率。

固体边界：对光滑壁面，壁函数为

$$u_l = \frac{u_*}{E} \ln(Ey^+)，k_s = \frac{u_*^2}{C_u^{1/2}}，\epsilon_s = \frac{u_*^3}{(E y)^2}$$

式中 u_l 为壁面上流速； u_* 为壁面摩擦流速； $E = 9.0$ 。

自由水面：自由水面对湍流结构的影响较为复杂，其作用机理目前还不甚了解，计算中一般采用刚盖假定，即除湍动能耗散率外，其它各量的一阶导数为零。耗散率由下式确定

$$\epsilon_s = \frac{C_u^{3/4}}{k} k^{1.5} \left(\frac{1}{0.07 H} + \frac{1}{y^*} \right)$$

式中 H 为水深； y^* 为计算节点到河岸的最小距离。

对称边界：
$$v = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0$$

2 数值计算技术

2.1 混合有限分析法

式(2)、式(3)、式(4)、式(5)和式(6)可写成通式为

$$Re u \frac{\partial}{\partial x} + Re v \frac{\partial}{\partial y} + Re w \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + S \quad (7)$$

可见流动的控制方程在横断面为椭圆型，主流方向仅以一阶偏导的形式出现。这样式(7)的有限分析法的计算

格式为^[13]

$$n_{ij}^{+1} = \frac{1}{1 + \frac{u_{ij} C_p Re}{x}} \left(\sum_1^4 C_m m + S_{ij} + \frac{u_{ij} C_p Re}{x} n_{ij} \right)$$

式中 $n+1$ 表示当前计算断面； n 为上一计算断面； x 为主流方向的计算步长。 C_p 、 C_m 为混合有限分析系数，依次为

$$C_{i-1,j} = E_A e^{\bar{A}} / E, C_{i+1,j} = E_A e^{-\bar{A}} / E, C_{i,j-1} = E_B e^{\bar{B}} / E, C_{i,j+1} = E_B e^{-\bar{B}} / E$$

$$C_p = 1/E, E_A = \bar{A} / (\bar{h}_i^2 \text{sh} \bar{A}), E_B = \bar{B} / (\bar{k}_j^2 \text{sh} \bar{B}), E = \frac{2\bar{A}}{\bar{h}_i^2} \text{cth} \bar{A} + \frac{2\bar{B}}{\bar{k}_j^2} \text{cth} \bar{B},$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2} \left\{ Re v_{ij} \bar{h}_i + \frac{h_{i+1} - h_i}{h_i} \right\}, \quad \bar{h}_i = \frac{1}{2} (h_i + h_{i+1})$$

$$\bar{B} = \frac{1}{2} \left\{ Re w_{ij} \bar{k}_j + \frac{k_{j+1} - k_j}{k_j} \right\}, \quad \bar{k}_j = \frac{1}{2} (k_j + k_{j+1})$$

式中 h_i 、 h_{i+1} 、 k_j 、 k_{j+1} 分别为 y 、 z 两个方向的步长。计算采用交错网格下的 SIMPLE 方法，其具体的描述从略。漫滩水流在横断面上一般均存在二次流，而本文采用的混合有限分析法对斜对流也具有较好的适应性，其理论和数值计算的验证见参考文献[14]。

2.2 两个技术问题的处理

(1) 导数项差分格式的引入 如果采用均匀网格，一般的物理量的二阶精度差分格式为

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi(i, j+1, l) - \phi(i, j-1, l)}{2 y} \quad (8)$$

对于非均匀网格，其二阶精度的差分格式为

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{h_j^2 \phi(i, j+1, l) + (h_{j+1}^2 - h_j^2) \phi(i, j, l) - h_{j+1}^2 \phi(i, j-1, l)}{h_j h_{j+1} (h_j + h_{j+1})} \quad (9)$$

但在实际编程中，为了方便起见，常用下式来近似

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi(i, j+1, l) - \phi(i, j-1, l)}{h_j + h_{j+1}} \quad (10)$$

对于非均匀网格情况，式(10)这种近似其精度低。而一般的计算均采用非均匀网格，因此不宜使用式(10)，而应取式(9)的离散格式。

(2) 分块耦合技术 对于漫滩水流，深槽和滩地结合处是一几何“奇点”，即角点。在角点附近通常产生一对控制深槽和滩地之间动量、能量和异质输运的纵向旋涡。在湍流模拟中应尽可能地提高角点区域流场的计算精度。本文采用分块耦合技术来处理，其做法为：将计算区域分为左右两个子块，各子块中网格剖分和节点序号相对独立，子块间耦合边上节点布置一致，以传递子块数据之间的影响。用交错网格方法计算流场时，各子块的计算与耦合边上的压强无关，为了保证压强的连续性，耦合边上的物理量应从控制方程计算求出。

3 模型验证及成果分析

英国学者 Myers 和 Knight 等对复式断面的流动结构进行了试验研究，试验是在长直的复式断面水槽中进行的，其目的是形成恒定的均匀流。Myers 选用 3 种断面形式进行了流速和流量的测量。为了检验本文使用的模型和数值计算方法，仅选用 Myers 的试验资料中 No. 3 断面的参数来检验(限于篇幅)，由于横断面的对称性，计算区域取整个断面的一半。图 2、图 3 分别给出了相对水深为 $y_r = h/H = 0.46$ 情况下横断面纵向流速(u/U , 无量纲)的等值线图和二次流(v/U , w/U)的断面分布图， U 为断面平均流速，可清晰地看出在主槽内存在一对大的回流，在边滩上形成大小不等的 4 个回流区，可见主槽和边滩存在着强烈的动量交换。从图 2 来看，水面上

纵向流速的横向分布较为均匀。图4给出了纵向流速的垂线平均值沿横向的分布规律,图中也给出了 Myers 的试验值,两者的对比表明,本文使用的模型和方法是有效的。

主槽和边滩的流量比是漫滩水流的一个重要的物理指标。能否正确预报主漫滩的流量也是检验模型和数值方法的主要方面。图5给出相对水深依次为 0.17、0.3、0.4、0.46 四种工况下主槽流量(Q_c)和总流量(Q_T)的比随相对水深的变化,图中也列出了 Myers, Knight 所得的试验成果,计算结果和试验的良好吻合又进一步表明模型和方法的正确性。

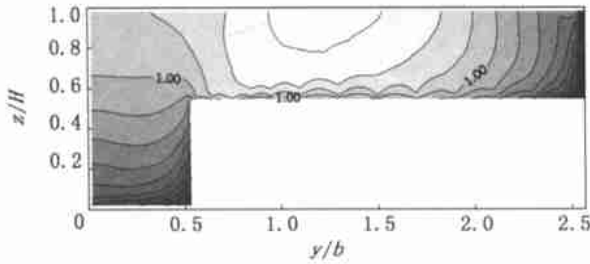


图2 相对水深为 0.46 时纵向流速 (u/U) 等值线

Fig.2 Longitudinal velocity contours for relative depth with 0.46

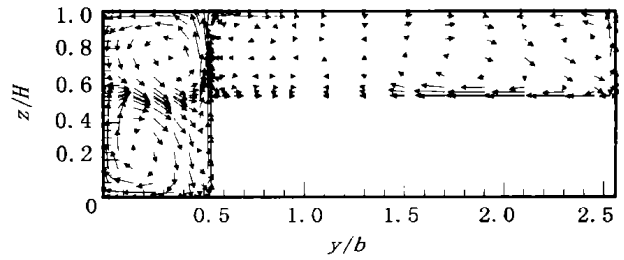


图3 相对水深为 0.46 时横断面的二次流

Fig.3 Secondary flow in cross section for relative depth with 0.46

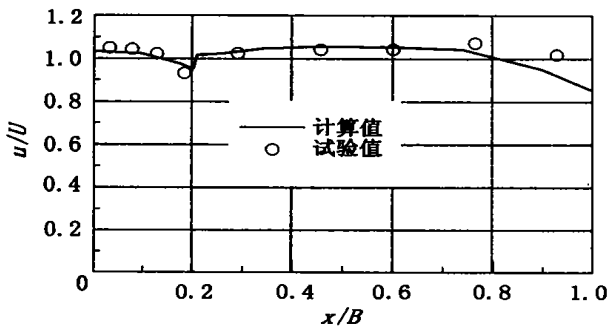


图4 相对水深为 0.46 时纵向流速垂向平均值的横向分布

Fig.4 Lateral depth-averaged velocity distribution for relative depth with 0.46

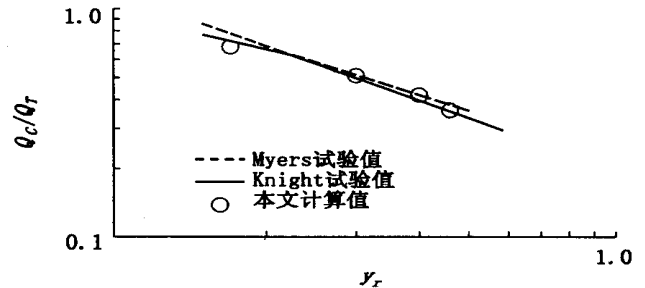


图5 流量比 Q_c/Q_T 随相对水深 y_r 的变化

Fig.5 Depth variation of discharge ratio

4 结 论

- (1) 本文选用的 Naot-Rodi 代数应力模型和交错网格下的混合有限分析法能正确模拟漫滩三维的复杂流动。
- (2) 为了得到稳定的数值解,采用的两个改进是必要和有效的。
- (3) Naot-Rodi 代数应力模型得到的流速资料与实测资料吻合较好,因此可用于进一步研究漫滩水流的水流结构。

参考文献:

- [1] Shiono K, Knight D W. Two dimensional analytical solution for a compound channel[A]. Proc 3rd. Iwasa Y, et al. International symposium on refined flow modelling and turbulence measurements[C]. Tokyo Japan. 1988. 503 - 510.
- [2] Knight D W, Shiono K, Part J. Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow[A]. Inter Conf. On hydraulic and environmental modelling of coastal[C]. Estuarine and River Water, ed. Falconer R A, et al. Bradford: Gower Technical Pres,

1989. 419 - 428.
- [3] Keller R J , Rodi W. Prediction of flow characteristics in main channel flood plain flow[J]. Journal of Hydraulic Research , 1988 , 26(1) :255 - 286.
- [4] Prinos P. Experiments and numerical modelling in compound open channel and dust flows[A]. Proc of HYDROCOMD 89[C]. 425 - 441.
- [5] Krishnappan B G, Lau Y. Turbulence modelling of flood plain flows[J]. J of Hydraulic Engineering , ASCE, 1986 , 112(4) : 251 - 264.
- [6] Kamahawa Y, Tami N. Numerical calculation of turbulent flow in compound channels with an algebraic stress turbulence model[A]. 3rd Inter , Symposium on refined flow modelling and turbulence measurements[C]. ed. Iwasa Y, *et al.* Tokyo , Japan ,1988. 9 - 17.
- [7] Larsson R. Numerical simulation of flow in compound channels[A]. 3rd Inter , Symp. On refined flow modelling and turbulence measurements [C]. ed. Iwasa Y, *et al.* Tokyo , Japan , 1988. 537 - 544.
- [8] Naot D, Rodi W. Calculation of secondary currents in channel flow[J]. J of Hydraulic Division , ASCE, 1982 ,108(2) : 984 - 968.
- [9] 林斌良 ,Shiono K. 复式断面明渠三维紊流的数值模拟[J]. 水利学报 , 1995 , (3) : 52 - 61.
- [10] 陈文学. 应力驱动二次流和轴对称绕流体流场的数值模拟[D]. 武汉 :武汉水利电力大学 , 1997.
- [11] Mayer R W. Velocity and discharge in compound channels[J]. J of Hydraulic Engineering , ASCE, 1987 , 113(6) : 753 - 766.
- [12] Knight D W, Demetriou J D. Floodplain and main channel flow interaction[J]. J of Hydraulic Engrg , ASCE, 1983 , 109(8) : 1073 - 1 092.
- [13] 槐文信, 等. 环形和双孔射流吸附区的混合有限分析解[J]. 水动力学研究与进展 , 1993 , 9(2) : 112 - 119.
- [14] 李 炜. 粘性流体的混合有限分析解法[M]. 北京 :科学出版社 , 2000. 11 - 18.

3-D numerical simulation on overbank steady open channel flows in compound channels^{*}

HUAI Wen-xin¹ , CHEN Wen-xue² , TONG Han-yi¹ , ZHUO Jian-min³

(1. Dept. of River Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China;

3. Shenzhen River Regulation Office, Shenzhen 518008, China)

Abstract : The Naot-Rodi algebraic turbulence stress model (N-R model) and the hybrid finite analytic method with staged grid are used to predict the behavior of 3-D overbank flow. In order to get the stable convergence solutions , the two kind measures are taken. The first is to use the correctly derivative scheme in non-uniform grid. The second is to use the multi-block matching method. Numerical tests are carried out for an open channel flow with compound section. The detailed results of main velocity contours , second flow distribution in cross section , lateral velocity distribution for relative water depth with 0.46 , depth variation of proportions of flow in channel and floodplains are compared with the experimental data. Some quite reasonable results are obtained. It can be shown that the N-R model with hybrid finite analytic method can be used to predict the relationship between water level and discharges for overbank flow.

Key words : overbank ; open channel flow ; 3-D numerical simulation

* The project is supported by Foundation of University key Teacher of the Ministry of Education.