

交互式多目标决策新方法及其在水资源系统规划中的应用

王顺久¹, 侯 玉², 丁 晶¹, 张欣莉³

(1. 四川大学水电学院, 四川 成都 610065; 2. 中山大学地理学系, 广东 广州 510275; 3. 四川大学工商管理学院, 四川 成都 610064)

摘要: 在目标满意度和目标总体协调度的基础上构造了一种新的交互式多目标决策方法, 运用欧式距离判断来描述目标总体协调度, 避免了目标权重人为确定的任意性, 且能充分体现决策者的主观愿望, 便于实际操作应用。水资源系统规划的多目标决策实例分析表明该方法有效可行。

关键词: 多目标决策; 目标满意度; 目标总体协调度; 欧式距离; 水资源系统规划

中图分类号: O 223; TV 212 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-6791(2003)04-476-04

多目标决策问题一般不存在绝对最优解, 其结果与决策者的主观愿望紧密相联。交互式决策方法能够实现决策者与系统之间信息的反复交换并充分体现决策者的主观愿望, 在多目标决策中得到广泛运用。文献[1]提出了基于目标满意度的交互式决策方法, 文献[2]提出了基于目标达成度和目标综合度的交互式决策方法, 文献[3,4]提出了基于目标贴近度和目标满意度的交互式决策方法, 文献[5]提出了基于目标模糊优属度的交互式决策方法。但是, 上述决策方法都是依据各单项目标权重将多目标问题转化为单目标问题进行求解, 而目标权重的确定并无统一的理论和方法, 一般由决策者根据经验确定, 在实际操作过程中具有一定的难度。本文在综合分析上述各种方法的基础上提出一种基于欧式距离判断的交互式决策新方法, 并将该方法成功应用于水资源系统规划分析中。

考虑多目标决策问题(MOP):

$$\begin{cases} \max f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ \min g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \\ x \in X \end{cases}$$

式中 $f(x)$ 和 $g(x)$ 为目标函数, $f(x)$ 越大越优, $g(x)$ 越小越优; X 为一连续区域, $f(x)$ 和 $g(x)$ 均为 X 上的连续函数。

1 目标满意度函数

定义各单项目标达成程度的隶属度函数为^[2~4]

$$\mu(f_i(x)) = \frac{f_i(x) - \bar{f}_i}{f_i^+ - \bar{f}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \mu(g_j(x)) = \frac{\bar{g}_j - g_j(x)}{\bar{g}_j - g_j^+}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

式中 $\mu(f_i(x))$ 和 $\mu(g_j(x))$ 分别为各目标达成程度的目标满意度; f_i^+ 和 $\bar{f}_i$ 为目标 i 的理想值和下限值; g_j^+ 和 $\bar{g}_j$ 为目标 j 的理想值和上限值。显然, 各目标值越接近理想值, 则 $\mu(f_i(x))$ 和 $\mu(g_j(x))$ 越大, 表示决策者的满意度越高。

收稿日期: 2002-06-19; 修订日期: 2002-08-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50079031)

作者简介: 王顺久(1970-), 男, 重庆潼南人, 四川大学讲师, 博士研究生, 主要从事水文水资源及水环境方面的研究。

E-mail: Laoshi @openmba.com

2 目标总体协调度函数

目标满意度体现了各单项目标在系统运作中的达成程度,然而,对于多目标决策问题,还必须考虑各单项目标间相互作用的整体效果,以实现系统目标的总体协调控制。

多目标决策实际上就是将规划得到的各个单项目标值与相应的理想值进行比较,分析规划值与理想值之间的接近程度。样本间的相似程度可以采用样本间的距离来度量^[6],两向量间的距离越小则两向量就越相似、越接近。故提出基于欧式距离(Euclid distance)判断的目标总体协调度函数,依据欧式距离的定义^[6],这里定义如下3个距离计算式:

$$\text{规划值与理想值之间的欧氏距离} \quad d_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i(x) - f_i^+)^2 + \sum_{j=1}^m (g_j(x) - g_j^+)^2} \quad (2)$$

$$\text{规划值与上(或下)限值之间的欧氏距离} \quad d_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i(x) - f_i^-)^2 + \sum_{j=1}^m (g_j(x) - g_j^-)^2} \quad (3)$$

$$\text{理想值与上(或下)限值之间的欧氏距离} \quad d_3 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i^+ - f_i^-)^2 + \sum_{j=1}^m (g_j^+ - g_j^-)^2} \quad (4)$$

根据上述3个距离定义度量目标总体协调度的函数为

$$\lambda(d) = \frac{d_1 + d_2}{d_1 + d_3} \quad (5)$$

可以推断, $0.5 \leq \lambda(d) \leq 1$ 。当各目标值均达到理想值时,决策者最为满意,目标总体协调度为1;当各项目标只达到目标的上限(或下限)值时,决策者可接受,但整体满意度不高,目标总体协调度仅为0.5。因此 $\lambda(d)$ 能很好地度量目标的整体满意度。另一方面,对于某一具体问题, d_3 为一常数,且 $\lambda(d)$ 随 $f(x)$ 的增大(或 $g(x)$ 的减小)而单调增加。

3 决策模型

(1) 满足约束条件并使目标总体协调度最大的多目标决策模型(AP1) 根据要求构造单目标规划问题为

$$\begin{cases} \max \lambda(d) \\ x \in X \end{cases}$$

由此得初始最优解 x^0 , 并计算相应的目标方案 $f_i(x^0)$ 和 $g_j(x^0)$ 、目标总体协调度 $\lambda(d^0)$ 以及目标满意度 $\mu(f_i(x^0))$ 和 $\mu(g_j(x^0))$ 。

(2) 满足约束条件并给定目标满意度的多目标决策模型(AP2) 设各单项目标的满意度下限值和相应的容许调整幅度分别为 μ_i^- 、 μ_j^- 和 z_i 、 z_j , 于是可得如下的单目标规划问题:

$$\max \lambda(d)$$

其中, $x \in X$; $\mu(f_i(x)) + y_i \geq \mu_i^-$; $\mu(g_j(x)) + y_j \geq \mu_j^-$; $0 \leq y_i \leq z_i$; $0 \leq y_j \leq z_j$ 。

对于上述模型,可不断调整 μ_i^- 、 μ_j^- 、 z_i 和 z_j , 反复计算,直到决策者满意为止。

(3) 满足约束条件并给定目标满意度和目标总体协调度的多目标决策模型(AP3) 设目标总体协调度的下限值为 $\lambda(d^-)$, 各单项目标的满意度下限值和相应的容许调整幅度分别为 μ_i^- 、 μ_j^- 和 z_i 、 z_j 。则可得到如下单目标规划问题:

$$\min \sum_{k=1}^{m+n} y_k$$

其中, $x \in X$; $\lambda(d) \geq \lambda(d^-)$; $\mu(f_i(x)) + y_i \geq \mu_i^-$; $\mu(g_j(x)) + y_j \geq \mu_j^-$; $0 \leq y_i \leq z_i$; $0 \leq y_j \leq z_j$ 。

同样可不断调整 μ_i^- 、 μ_j^- 、 z_i 、 z_j 和 $\lambda(d^-)$ ，反复计算，直到决策者满意为止。

通过上述 3 类模型的反复交互式决策，便可得到充分体现决策者主观愿望又兼顾系统协调平衡的较为切合实际的最优决策方案。

4 实例分析

为了验证新算法的有效性，引用文献[5]的算例来说明该方法的决策过程。

某综合利用水库，为了使多年平均发电量 E (亿度)、保证出力 N_p (万 kW) 及防洪效益 B (百万元) 最大，将如何选择防洪限制水位 x_1 (m) 和死水位 x_2 (m)。经过有关水力计算及数学处理，得到 E 、 N_p 及 B 与 x_1 和 x_2 之间的数学表达式如下：

$$\begin{aligned} E &= f_1(x) = 0.499x_1 - 0.0091(x_2 - 144)^2 - 27.19 \\ N_p &= f_2(x) = 10^{-4}[-26.8961(x_1 - 230.1676)^2 - 100.7850(x_2 - 122.8335)^2 + 608255.23] \\ B &= f_3(x) = -7.678(x_1 - 152.35)^2 + 2391.8698 \end{aligned}$$

其中, $150 \leq x_1 \leq 165$, $130 \leq x_2 \leq 150$ 。

(1) 决策者提出各目标期望值和相应下限值分别为^[5]

$$\begin{aligned} f_1^+ &= 55.1450, & f_2^+ &= 48.8856, & f_3^+ &= 2391.8699 \\ f_1^- &= 45.8764, & f_2^- &= 36.1017, & f_3^- &= 1163.2183 \end{aligned}$$

于是根据式(1)可得相应目标满意度函数表达式 $\mu(f_1(x))$ 、 $\mu(f_2(x))$ 和 $\mu(f_3(x))$ ，同理根据式(2)~式(4)可得相应的欧式距离计算式 d_1 、 d_2 和 d_3 。

(2) 根据式(5)构造 AP1 模型如下：

$$\max \lambda(d)$$

其中, $150 \leq x_1 \leq 165$; $130 \leq x_2 \leq 150$ 。

对于上述非线性规划问题，求得最优解 $x^{(0)} = (152.3550, 130.0484)$ ；相应可以计算 $f_1(x^{(0)}) = 47.0639$, $f_2(x^{(0)}) = 44.0158$, $f_3(x^{(0)}) = 2391.8696$; $\mu(f_1(x^{(0)})) = 0.1281$, $\mu(f_2(x^{(0)})) = 0.6191$, $\mu(f_3(x^{(0)})) = 1.0000$; $\lambda(d^{(0)}) = 0.9999$ 。

(3) 决策者认为上述计算结果中多年平均发电量和保证出力太小，并提出各目标满意度的下限值为 $(\mu_1^{(-)}, \mu_2^{(-)}, \mu_3^{(-)}) = (0.70, 0.70, 0.60)$ 。因此可构造 AP2 模型如下：

$$\max \lambda(d)$$

其中, $150 \leq x_1 \leq 165$; $130 \leq x_2 \leq 150$; $\mu(f_1(x)) \geq 0.70$; $\mu(f_2(x)) \geq 0.70$; $\mu(f_3(x)) \geq 0.60$ 。

求解 AP2 模型得最优解为 $x^{(1)} = (159.9623, 138.6297)$ ，计算得 $f_1(x^{(1)}) = 52.3687$, $f_2(x^{(1)}) = 45.0542$, $f_3(x^{(1)}) = 1946.9519$; $\mu(f_1(x^{(1)})) = 0.7005$, $\mu(f_2(x^{(1)})) = 0.7003$, $\mu(f_3(x^{(1)})) = 0.6379$; $\lambda(d^{(1)}) = 0.7342$ 。

(4) 决策者对 $x^{(1)}$ 还不满意，认为防洪效益和目标总体协调度太低。并再提出如下新要求：各目标满意度下限值为 $(\mu_1^{(-)}, \mu_2^{(-)}, \mu_3^{(-)}) = (0.65, 0.65, 0.75)$ ，且 $\mu_1^{(-)}$ 的容许下调幅度为 0.05；同时要求 $\lambda(d^-) = 0.80$ 。于是构造 AP3 模型为

$$\min(y_1)$$

其中, $150 \leq x_1 \leq 165$; $130 \leq x_2 \leq 150$; $\lambda(d) \geq \lambda(d^-) = 0.80$; $\mu(f_1(x)) + y_1 \geq 0.65$; $\mu(f_2(x)) \geq 0.65$; $\mu(f_3(x)) \geq 0.75$; $0 \leq y_1 \leq 0.05$ 。

求解 AP3 模型得最优解为 $x^{(2)} = (158.6471, 138.9722)$ ，相应计算得到 $f_1(x^{(2)}) = 51.7449$, $f_2(x^{(2)}) = 44.4427$, $f_3(x^{(2)}) = 2087.4105$; $\mu(f_1(x^{(2)})) = 0.6332$, $\mu(f_2(x^{(2)})) = 0.6525$, $\mu(f_3(x^{(2)})) = 0.7522$; $\lambda(d^{(2)}) = 0.8014$ 。

(5) 决策者没有再提出新的要求, 于是最终决策为 $x_1 = 158.6471$, $x_2 = 138.9722$, 相应最终优化结果分别为: 多年平均发电量 $E = 51.7449$ 亿度、保证出力 $N_p = 44.4427$ 万 kW 及防洪效益 $B = 2087.4105$ 百万元。

文献[5]通过3次交互计算所得的优化结果为 $E = 52.7222$ 亿度、 $N_p = 44.2029$ 万 kW 及 $B = 1910.7002$ 百万元。本文结果除多年平均发电量略为偏低外, 保证出力和防洪效益都相对更优, 但这可通过适当降低保证出力和防洪效益的目标满意度并提高多年平均发电量的目标满意度来进一步调整, 说明新方法在实际操作中是有效和可行的。另一方面, 本文的方法不存在各单项目标权重人为确定的任意性, 目标总体协调度较好地控制了整个系统的协调与平衡; 目标满意度直观明确且便于操作, 使每次交互都始终向着决策者所希望的方向进展, 能够在最少的交互次数中获得决策者满意的决策方案。

5 结 语

以目标总体协调度和目标满意度构造的多目标交互式决策方法, 概念清楚, 理论可靠, 不但能体现目标间的制约与协调, 还能充分体现决策者的实际愿望。在模型构造过程中运用欧式距离表述目标总体协调度函数, 避免了传统方法中多目标问题向单目标问题转化过程中权重人为确定的任意性, 便于实际操作。水资源系统规划的多目标决策实例分析表明该方法行之有效, 是解决多目标问题的交互式决策新方法。

参考文献:

- [1] 吴清烈, 徐南荣. 基于目标满意度多目标决策的改进交互式方法[J]. 管理工程学报, 1996, 10(4): 217 - 222.
- [2] 蒋尚华, 徐南荣. 基于目标达成度和目标综合度的交互式多目标决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 1999, (1): 9 - 14.
- [3] 徐泽水. 一种基于目标贴近度的多目标决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2001, (9): 101 - 104.
- [4] 徐泽水. 一种交互式多目标决策新方法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, (2): 104 - 108.
- [5] 王建群, 叶秉如. 一种交互式多目标决策方法及其应用[J]. 水科学进展, 1996, 7(1): 60 - 65.
- [6] 任若恩, 王惠文. 多元统计数据分析——理论、方法、实例[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

New interactive multi-objective decision-making method and its application to water resources system planning^{*}

WANG Shun-jiu¹, HOU Yu², DING Jing¹, ZHANG Xi-rui³

(1. College of Hydropower Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. Department of Geography, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China;

3. Business school, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Based on objective satisfaction degree and objective comprehensive degree, a new interactive multi-objective decision-making method is proposed. The function of objective comprehensive degree is described by the Euclid distance, so that the objective weight, usually given by subjective experience, can be avoided. The new method can reflect the objective wishes of the policy-maker in the full decision-making process, and there is more objective and less subjective effect. The results show that this method is reasonable in practice, and can be used in water resources system planning.

Key words: multi-objective decision-making; objective satisfaction degree; objective comprehensive degree; Euclid distance; water resources system planning

^{*} The project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50079031).