水流冲击管道内滞留气团的刚性数学模型

刘德有,索丽生

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要:通过数学分析证明,在不计局部水头损失时,目前常用的几种简化刚性数学模型的最大气压计算结果相等, 并与管道内初始充水段长度无关。但算例表明,对于初始充水段较短或滞留气团体积很小情况,这些简化模型的计 算误差将达到不容忽视的程度,甚至导出错误结论。笔者导出的完整刚性数学模型,弥补了简化模型的不足,同时 指出了刚性模型的理论缺陷和适用条件。

关键词:管道;瞬变流;滞留气团;水锤;刚性模型
 中图分类号:TV131.3
 文献标识码:A
 文章编号:1001-6791(2004)06:0717-06

在水电站、泵站和城市供水等有压输水管道系统中,其凸起段、封闭端及放空检修段等部位常会滞留大体 积气团。当这种管道系统起动输水时,如果气团未能有效排出即会出现压力水流冲击滞留气团现象^[1~3]。在这 种瞬变过程中,由于气团的压缩变形使得水流积聚了较大的冲量,管道系统内将会出现大幅值的压力波动,从 而导致管道爆破或锚固拉裂等事故^[1]。

国内外学者对于"水流冲击管道内滞留气团"这一特殊瞬变流问题已进行过一些探索研究,但目前常用的 几种刚性数学模型均作了一定的简化。算例表明,对于管道内初始充水段较短或滞留气团体积很小情况,这些 简化模型的计算误差将达到不容忽视的程度,甚至导出错误结论。本文给出了该瞬变现象中气团、气水交界 面及水流的瞬变控制方程,对比论证了水流瞬变控制方程不同形式数学模型的差异,导出了计入局部水头损 失、阀门开度和管道高程变化等因素的完整刚性数学模型,弥补了简化模型的不足,并通过算例分析,指出了 刚性模型的理论缺陷和适用条件。

1 基本假定

本文各种数学模型采用了通常的如下基本假定^[2,4]: 刚性假定,即水体和管壁的弹性可忽略不计; 管道全线等断面,且沿程摩阻系数不变; 气-水交界面与管中心线垂直,管内水、气互不掺混; 管道 全线完全密封,无漏水、漏气现象; 在恒态和瞬态情况下,管内水流阻力特性不变; 气团状态变化可由 理想气体状态方程描述,且多变指数 *m* 为常数。

2 数学模型及其求解

根据上述基本假定,管道内水流冲击滞留气团的任一瞬变状态始终由气团、气-水交界面及水流三部分的 瞬变状态所组成,其中,描述气团瞬变状态的控制方程即理想气体状态方程为

式中 H_a、V_a、L_a分别为阀门开启后 t 时刻气团的瞬态绝对压力(以水柱高度表示,下同)、体积和在管道内的长

收稿日期: 2003-06-15; 修订日期: 2003-09-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50179008);教育部高校博士点专项科研基金资助项目(20010294006)

作者简介:刘德有(1962-),男,浙江江山人,河海大学教授,主要从事瞬变流、水力机械方面研究。

E-mail: Liudy @hhuc. edu. cn



图 1 含滞留气团的有压管道系统示意图

度;m是理想气体的多变指数;H_{a0}、 V_{a0} 、 L_{a0} 分别为 H_a 、 V_a 、 L_a 在初始状态的值,其中, $L_{a0} = L_a + x$,这里 x 为 t 时刻管道 内充水段增长段的瞬态长度(图 1)。

描述气-水交界面瞬变状态的控制方程即交界面两侧的 流量连续方程和压力平衡方程为

$$\frac{\mathrm{d}V_a}{\mathrm{d}t} = -Q \qquad \overline{\mathfrak{R}} \qquad \frac{\mathrm{d}L_a}{\mathrm{d}t} = -U \qquad (2)$$

$$H_{wc} = H_a + Z_c \tag{3}$$

Fig. 1 A pressurized pipe system containing trapped air mass 式中 Q、U分别为阀门开启后 t 时刻水流的瞬态流量和流速; t为时间变量; H_{wc} 、 Z_c 分别为气-水交界面处的水压力和管中心高程; 其它符号意义同前。

描述管道内水流瞬变状态的控制方程,在假定条件和简化处理情况不同时,有不同的形式。当忽略水体和 管壁弹性即基于刚性水锤理论时,可导出其"刚性数学模型";当计入水体和管壁弹性即基于弹性水锤理论时, 可导出其"弹性数学模型"。本文只讨论不同形式的刚性数学模型。

2.1 简化刚性数学模型

模型。:

在刚性假定条件下,描述水流瞬变状态的控制方程为全微分形式的水流运动方程,目前常用的有以下两种 简化形式^{/2~4/},本文分别称之为模型、模型。其简化处理为: 管道平直布置,并取管中心为基准高程, 即 *Z*_c 0; 阀门瞬间开启,并忽略阀门全开时水头损失。即

模型 :
$$\frac{L_w}{g}\frac{dU}{dt} = H_u - H_a - U/U/$$
 (4)

模型 :
$$\frac{L_x dU}{g dt} = H_u - H_a - \frac{fL_x}{2gD}U/U/ - \frac{U^2}{2g}$$
(5)

式中 H_u 为以绝对压力表示的水库水位, $H_u = H_u + H_{atm}$, 其中 H_u 为水库水深; H_{atm} 为当地大气压; L_w 为初 始状态充水段长度; L_x 为阀门瞬间开启后 t 时刻充水段的瞬态长度, $L_x = L_w + x$, (图 1); D 为管道直径; 为 初始充水管段的总水头损失系数; f 为管道沿程 Darcy-Weisbach 摩阻系数; g 为重力加速度。

当 取值不同时,模型 可改写为以下两种不同的形式,分别称之为模型 "、模型 "。

模型 a:
$$\frac{L_w}{g}\frac{dU}{dt} = U_u - H_a - \frac{fL_w}{2gD}U/U/U/$$
(6)

$$\frac{L_w}{g}\frac{dU}{dt} = H_u - H_a - \left(\frac{fL_w}{D} + \frac{J}{J}\right)\frac{U/-U/J}{2g}$$
(7)

式中 ₁为管道进口局部水头损失系数。当 U = 0 时, ₁ = 0.1 ~ 0.5; 当 U < 0 时, ₁ = 1.0。

比较式(4) ~式(7)可见,模型_a、_b相对于模型 忽略了管道进口动能项和充水段瞬态增长段 x 内的水 流运动惯性及水头损失,而模型_a、 相对于模型_b 忽略了管道进口的局部水头损失。即模型_a、_b和 三者之间在简化处理的物理意义上存在很大差异。

2.2 模型 和 a 的最大气压 Hamax计算结果均与初始充水段长度 Lw 无关

将
$$\frac{dU}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = U \frac{dU}{dx}$$
代入模型 的式(5),并取积分后可得
 $\frac{U}{0}(L_w + x) U dU + \frac{x}{0} \frac{f(L_w + x)}{2D} U / U / dx + \frac{x}{0} \frac{U^2}{2} dx = \frac{x}{0} g(H_u - H_a) dx$ (8)
由于 $\frac{U}{0} x U dU = \left(x \frac{U^2}{2}\right)^{\frac{(x;U)}{(x=0;U=0)}} - \frac{x}{0} \frac{U^2}{2} dx$,因此式(8)可改写为
 $(L_w + x) \frac{U^2}{2} + \frac{x}{0} \frac{f(L_w + x)}{2D} U / U / dx = \frac{x}{0} g(H_u - H_a) dx$ (9)

718

式(9)右边项仅与 x 有关,因此,当令 f=0 时,对于任意两个 L_{w1} 、 L_{w2} ,下式成立

$$(L_{w1} + x) U_1^2 = (L_{w2} + x) U_2^2$$
(10)

从而可得

式中 U_1 、 U_2 分别是初始充水段长度为 L_{w1} 、 L_{w2} 时的水流运动到 x 处的流速。

式(11)是在f=0的特例情况导出的, 当f>0时, 将式(11)代入式(9)验证可知, 对于任意f值, 式(11)是恒 等式。值得注意的是,上述式(8) ~ 式(11) 中的 U 是以位置 x 坐标描述的,而不是以时间 t 坐标描述的。

同理,模型。的式(6)可改写成与式(9)相同的形式,即

$$L_{w} \frac{U^{2}}{2} + \frac{x}{0} \frac{fL_{w}}{2D} U / U / dx = \frac{x}{0} g (H_{u} - H_{a}) dx$$
(12)

 $U_1 = U_2 \bigvee_{1 = 1}^{L_{w2}} \qquad \exists \mathbf{x} \qquad \frac{U_1}{U_2} = \bigvee_{1 = 1}^{L_{w2}} L_{w1}$ 根据式(11)、式(13)可分别证明,由模型 和 。求出的气团最大瞬态压力 Hamax均与管内初始充水段长度 L_w 无关。首先, 设对应于 L_{w1} 、 L_{w2} 两种情况, 水流运动到极限长度位置(此时 U = 0)的 x 值分别为 x_{max1} 和 x_{max2} , 对应的气团最大瞬态压力分别为 H_{amaxl} 和 H_{amax2} 。而由式(11)或式(13)知, 当 $x = x_{maxl}$ 时, 有 $U_1 = 0$,则必有 U_2 =0; 而当 $x = x_{max2}$ 时, 有 $U_2 = 0$, 应也有 $U_1 = 0$ 。显然, 满足该条件的只能是 $x_{max1} = x_{max2}$, 代入式(1) 可得 $H_{amax1} = H_{amax2}$,得证。

2.3 模型 和 a的最大气压 Hamax计算结果相等

设由模型 和 a 求出的气团最大瞬态压力分别为 HamaxA和 HamaxB, 对应的水流运动极限长度分别为 xmaxA 和 x_{maxB} ,此时流速 $U_A = U_B = 0$,时间 t分别为 t_{mA} 和 t_{mB} 。将该极限状态参数直接代入式(5)和式(6),并注意 到, $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = U \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$, 可得

$$\left[(L_w + x) \frac{\mathrm{d} U_A^2}{\mathrm{d} x} \right]_{x = x_{\max A}} = 2g(H_u - H_{a\max A})$$
(14)

$$\left(L_{w}\frac{\mathrm{d}U_{B}^{2}}{\mathrm{d}x}\right)_{x=x_{\mathrm{max}B}} = 2g(H_{u} - H_{a\mathrm{max}B})$$
(15)

由式(14)、式(15)知, 如要证明 $H_{amaxA} = H_{amaxB}$, 即需证明该两式的左边项相等。根据上节证明知, H_{amaxA} 和 H_{amaxB} 均与 L_w 值无关,且 U_A 、 U_B 分别满足式(11)、式(13)。因此可令:式(11)中 $L_{w1} = L_w - x$, $L_{w2} = L_w$,代入 式(10),并将其中 U1、U2 分别改写为 UA1、UA, 即得

$$L_w U_{A1}^2 = (L_w + x) U_A^2$$
(16)

同理令:式(13)中 $L_{w1} = L_w + x$, $L_{w2} = L_w$, 并将其中 U_1 、 U_2 分别改写为 U_{B1} 、 U_B , 可得

$$(L_w + x) U_{B1}^2 = L_w U_B^2 \tag{17}$$

将式(16)代入式(9)可将其转换成式(12),而将式(17)代入式(12)可将其转换成式(9)。因此,在式(16)、 式(17)成立的条件下,式(9)与式(12)等效,即模型 和 $a \to x$ 坐标下等效。则式(16)中的 $U_{A1} = U_B$,式(17) 中的 $U_{B1} = U_A$, 由此, 将式(16)、式(17)分别对 x 求导整理后, 代入式(14)、式(15), 可证得: $H_{amaxA} = H_{amaxB}$, $x_{\max A} = x_{\max B}$ o

根据式(11)、式(13)知,对于模型 和 u_s ,当 L_w 值不同时,气-水交界面运动到同一 x 处的 U_{∞} t 值均不相 同,因此由模型和 a 求出的 H_{amax} 的发生时间不同,即 t_{mA} t_{mB} 。

(13)

2.4 完整刚性数学模型

在刚性假定条件下,可导出计入局部水头损失、阀门开度和管道高程变化等因素的完整的水流瞬变状态控 制方程

$$\frac{L_x}{g}\frac{dU}{dt} = H_u - H_V - (H_a + Z_c) - \left(\frac{fL_x}{D} + \frac{J}{g}\right)\frac{U/U/J}{2g} - \frac{U^2}{2g}$$
(18)

式中 H_v 为阀门水头损失, $H_v = |_vU||_U|_{/2g}$, 其中 , 为水头损失系数, 当阀门过流特性和开启规律给定 时, , 即为时间 t 的单调连续函数, 可写成 , = ,(t); Z_c 是气-水交界面处的管中心高程, 是关于 L_x 的连续函数, 即 $Z_c = Z_c(L_x)$; ; 是管内水流局部水头损失系数总和, 是关于 L_x 的阶梯型函数, 即 $_j = _j(L_x)$ 。因此, 式(18) 可改写成如下形式, 现称之为模型 。

模型 :
$$\frac{L_x dU}{g dt} = H_u - H_a - Z_c(L_x) - \left\{ \frac{fL_x}{D} + {}_j(L_x) + {}_v(t) \right\} \frac{U|U|}{2g} - \frac{U^2}{2g}$$
 (19)

对于简单平直管道系统(Z_c 0, $j = j_1$),当假定阀门瞬间开启,并忽略其全开时的局部水头损失(v 0)时,式(19)的简化形式(称之为模型 a)为

$$a: \qquad \frac{L_x \mathrm{d}U}{\mathrm{g} \mathrm{d}t} = H_u - H_a - \left(\frac{fL_x}{D} + \frac{J}{2g}\right) \frac{U|U|}{2g} - \frac{U^2}{2g} \tag{20}$$

比较式(5)、式(20)可见,模型。。比模型。增加计入了管道进口的局部水头损失项。

2.5 刚性数学模型的求解

由图 1 可得: $L_x = L_w + x = L_w + L_{a0} - L_a$,将该式及式(1)代入式(4) ~ 式(7)、式(19)、式(20),可把各模型 整理成 $\frac{dU}{dt} = \phi(U, L_a)$ 形式,这里 ϕ 是未知量 U, L_a 的函数。然后将其与式(2)联列,利用四阶隆格库塔法积分, 即可求出任意 t 时刻的解。其初始条件是: $t = 0, U = 0, L_a = L_{a0}$ 。

3 算 例

模型

如图 1 所示,本算例基本参数为: $H_u = H'_u + H_{atm} = 31 + 10.33 = 41.33$ m, $L_w = 100$ m, D = 0.3 m, f = 0.02, $j_1 = 0.5$ (U

0), 1(U < 0),阀门型式为球阀,线性开启,总时间为 $T_s = \frac{100}{100}$ 1.0 s, $L_{a0} = 15$ m, $H_{a0} = 10.33$ m, m = 1.4, g = 9.81。其计算 ^年 结果见图 2 和表 1 中第 4 行数据。

基于上述算例基本参数,针对各种刚性数学模型分别进行 *L_w、L_{a0}*不同取值的比较计算。其中除模型 外,对于其它各模型,阀门按瞬间开启处理,并忽略阀门全开时的局部水头损失。

情况 1, 取 $L_w = 3.0, 7.5, 30, 100, 1000, 10000 \text{ m 时},$ 计算结果见表 1。

情况 2, 取 $H_u = 134.33$ m, $L_{a0} = 0.01$, 0.1, 1.0, 10, 50, 500 m 时, 计算结果见表 2。



图 2 算例计算结果, H_a、U、L_a的瞬变过程 Fig. 2 Calculated results of the example: H_a、U、L_a transients

Table 1 Comparison between results of various L_w cases($L_{a0} = 15 \text{ m}$, $H_u = 41.33 \text{ m}$)									
L_w/m	 H _{amax} (m) / t _m (s) 的计算成果								
	模型。	模型。	模型	模型。	模型 (T _s = 1.0 s)				
3.0	150. 30/ 0. 643	87.63/0.743	150.30/1.045	120. 44/ 1. 123	101.90/1.497				
7.5	150.27/1.016	113.99/1.083	150.27/1.320	128.53/1.377	114.03/1.637				
30	150. 29/ 2. 033	138.66/2.066	150. 29/ 2. 207	140.81/2.240	136. 35/ 2. 315				
100	150. 28/ 3. 711	146. 58/ 3. 730	150. 28/ 3. 811	146.84/3.830	145.58/3.845				
1 000	150. 31/ 11. 74	149.97/11.74	150. 32/ 11. 77	149.98/11.77	149.84/11.78				
10 000	150.27/37.11	150.23/37.11	150.27/37.12	150.23/37.12	150.21/37.12				

表 1 改变 L_w 取值的比较计算成果(L_{a0} = 15 m, H_u = 41.33 m)

表 2 改变 L_{a0}取值的比较计算成果(L_w = 100 m, H_u = 134.33 m)

Table 2 Comparison between results of various L_{a0} cases($L_w = 100$ m, $H_u = 134.33$ m)

<i>L</i> _{<i>a</i>0} / m	Hama (m) / t _m (s)的计算成果						
	模型。	模型。	模型	模型。	模型 (T _s =1.0 s)		
0.01	5 922. 36/ 0. 042 1	5 922. 00/ 0. 042 1	5 922. 38/ 0. 042 1	5 922. 12/ 0. 042 1	4 014. 80/ 0. 045 6		
0.1	5 887. 73/ 0. 133 3	5 885. 03/ 0. 133 3	5 887.73/0.1333	5 886. 93/ 0. 133 3	4 907. 92/ 0. 141 6		
1.0	5 493. 23/ 0. 423 9	5 462. 57/ 0. 424 1	5 493. 20/ 0. 424 6	5 463. 63/ 0. 424 8	4880.08/0.4417		
10.0	3012.90/1.418	2883.21/1.424	3 012. 87/ 1. 443	2890.49/1.450	2803.60/1.479		
50.0	691.69/3.928	640. 59/ 3. 995	691.68/4.308	652. 43/ 4. 371	639.25/4.422		
500.0	170. 43/ 28. 45	167.82/29.38	170. 44/ 50. 88	169.89/51.45	169.70/51.68		

4 算例成果分析及结论

(1) 理论分析和算例验证表明,在不计局部水头损失时,简化模型 _a和 的最大气压 H_{amax}计算结果相等,并与管道内初始充水段长度 L_w 无关。但两者 H_{amax}的发生时间 t_m 不同,其差值 t_m 随 L_w 的增大而减小、 随 L_a的增大而增大。

(2) 模型 a和 在简化处理的物理意义上有很大差异,但当证得其 Hamax与 Lw 无关时可得以统一。即将 管进口边界视为"动边界",其移动速度为 dx/dt = U,当取移动方向与 U 同向时,可将模型 转化为模型 a;反之可将模型 a转化为模型 。即在求解 Hamax时模型 、 a等效。

(3) 当 L_w 较小时,如不计进口水头损失,其 H_{amax}计算误差可能很大,只有当 fL_w/ D 远大于 _{j1}时该误差 才可忽略。模型 "虽计入了进口水头损失,但其对应的沿程损失项和惯性项简化不当,因此也存在较大的误 差。本文导出的完整模型 及其 "有效地弥补了简化模型 和 的该项缺陷。

(4) 当 L_w 较大但 L_{a0}很小时, H_{amax}的发生时间 t_m 很小,此时简化模型关于阀门瞬间开启的假定可能导致 H_{amax}计算误差很大,该误差随 H_u 增大而增大。本文模型 可避免此项误差。

(5) 当 L_w 很大时,各种刚性模型的 H_{amax}计算结果非常相近。但此时如果气团体积相对较小,则"刚性假 定"本身的理论缺陷,将可能导致 H_{amax}计算结果出现较大的误差。

(6) 综上分析可知,刚性数学模型的适用条件是:水体和管壁的弹性可忽略,即其 H_{amax} 的发生时间 t_m 远大于水锤波在管内充水段往返传播的时间 t_r (可约取 t_m 10 t_r)。对于简化刚性模型还应满足: 管道进口及全线的局部水头损失均可忽略(可取 fL_w/D 20 $_j$); 阀门开度变化的影响可忽略,即 H_{amax} 的发生时间 t_m 远大于阀门总开启时间 T_s (可取 t_m 5 T_s)。

参考文献:

[1] Wylie E B, Streeter V L, Suo Lisheng. Fluid Transients in Systems[M]. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1993. 208 - 210.

[2] Zhou F, Hicks F E, Steffler P M. Transient Flow in a Rapidly Filling Horizontal Pipe Containing Trapped Air[J]. J Hydraulic Eng of ASCE, 2002, 128(6):625 - 634. [3] 陈合爱, 王湘生. 按刚性理论分析挟气囊的液体管道中的异常水锤[J]. 南昌大学学报, 1999, 21 (3):1-5.

[4] Cabrera E, Abreu J, Perez R, et al. Influence of Liquid Length Variation in Hydraulic Transients[J]. J Hydraulic Eng of ASCE, 1992, 118 (12):1639 - 1650.

Rigid model for transient flow in pressurized pipe system containing trapped air mass^{*}

LIU De-you, SUO Li-sheng

(College of Water Conservancy & Hydroelectric Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The mathematical analysis shows that, with disregarding local head losses and by means of different simplified rigid models, the calculated results of the maximum pressure in a pressurized pipe system containing trapped air mass are equal to and independent of the initial length of the water-column. However, the calculation examples in this paper indicate that, if the initial water-column length is relatively short or the volume of the trapped gas is very small, the calculation error may be significant and even leads to a false conclusion. Therefore a complete rigid model is then presented in this paper, along with its theoretical limitation and suitable application terms.

Key words: pipe; transient flow; trapped air mass; water hammer; rigid model

书讯

《Strategic Study for Water Management in China》 (中国水管理战略研究)即将出版

由张海仑教授撰写的《Strategic Study for Water Management in China》将于 2004 年年底由东南大学出版社正式出版。

该书全面论述了当今水管理中的一些重大问题,主要内容为:中国水管理中的重要问题、中国水资源配置的政策和实践、中国 大江大河防洪管理、中国水旱灾害、淮河流域水管理政策研究、淮河流域防洪管理和山西省水管理中能力建设等七部分。全书的主 要内容系作者 1997 年以来和联合国有关组织合作研究的主要成果。在防洪方面强调了非工程措施的重要作用和意义,积极创造人 与自然和谐共处的环境;在水资源方面突出了水管理必需从用水管理向需水管理作战略性转变,以缓解我国水资源的短缺;在解决 这些问题时需加强相应的法制和体制建设以及充分发挥经济杠杆的作用等。本书还提出了有关政策和建议,列举了全国、个别流 域和省区的实例和经验。

本书除可供水管理、科研、规划设计、院校师生等专业人员阅读和参考外,还可作为有关国际机构,外国专家、留学生了解中国水管理问题的重要参考。

该书用英文编撰(无中文版),16开本,精装,每册定价30.00元,国内外公开发行。欲购者可与东南大学出版社发行科(南京四 牌楼2号,邮编210096)或《水科学进展》编辑部联系。

《水科学进展》编辑部

^{*} The project is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 50179008) and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (No. 20010294006).