

DOI: 10.14042/j.cnki.32.1309.2018.05.005

冰封河道综合糙率计算方法比较与分析

陈 刚^{1,2}, 张玉蓉², 浦承松², 张天力², 顾世祥²

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 云南省水利水电勘测设计研究院, 云南 昆明 650021)

摘要: 综合糙率是冰封河道水力计算的重要输入参数。根据水流连续性和力的平衡原理, 分别推导得到冰封河道综合糙率的通用公式, 并选取抛物线形、矩形和梯形作为典型断面, 系统地总结 Pavlovskiy、Einstein、Lotter、Sabaneev、Larsen、改进的 Larsen 等常见公式由通用公式基于何种假定(分区的湿周、流速或水力半径相等)简化得到。采用水槽实测数据和野外观测资料, 对比上述公式的计算精度, 结果表明改进的 Larsen 公式的计算结果与实测值吻合较好, 推荐在工程设计中使用。前 5 种公式误差较大的原因在于分区的流速、水力半径相等对于冰封河道不具有普适性, 尤其是 Lotter 公式和 Pavlovskiy 公式在冰盖和河床糙率差异较大时会明显低估冰封河道的综合糙率, 在工程设计中应慎重采用。

关键词: 综合糙率; 冰盖水流; 双层假定; 阻力划分

中图分类号: TV133 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-6791(2018)05-0645-10

冰凌是寒区水资源开发利用中必须加以考虑的一种自然现象, 冰凌出现改变河渠水流规律, 严重时可能危及桥涵、河渠工程及其他水工建筑物的安全, 甚至形成凌汛, 危害沿岸人民的生命财产安全^[1-2]。因此, 在寒区的水利工程设计、运行和维护中都要考虑冰凌形成所产生的影响, 涉及的主要工程问题有冰凌洪水预报、水电站运行、内陆航运、调水工程设计与运行调度等^[3-6]。为解决上述工程问题进行水力计算时, 糙率是极为重要的输入参数。

通常情况下, 冰盖糙率与河床糙率不相等, 并在热力、水力条件的共同作用下随时间变化^[7]。因此, 封冻河流的过流断面是一种典型的复合断面。在估算水流阻力时, 通常对过流断面进行阻力划分, 将局部阻力系数加权平均得到综合糙率^[8-9]。国外自 1931 年 Pavlovskiy^[10] 提出第一个综合糙率的计算公式以来, Lotter^[11]、Einstein^[12]、Sabaneev^[13]、Larsen^[14] 等学者相继提出了综合糙率的计算公式。Uzuner^[8] 对上述公式进行了评述, 认为 Larsen 公式理论依据充分, 推荐在计算冰封河道综合糙率时使用, 但并未采用实测资料验证上述公式的可靠性。

中国寒区面积占陆地国土面积的 43.5%^[15], 冰情影响范围广、冰凌灾害频繁, 但在冰凌防治方面的研究起步较晚。1949 年后, 得益于黄河凌汛灾害防治、南水北调工程冰期运行调度等工程实践需要的推动, 取得了许多颇具价值的成果。在冰封河道综合糙率计算方法方面, 隋觉义和方达宪^[16] 采用黄河河曲冰期原型观测资料, 建立了冰塞糙率与床面糙率比值和流速弗劳德数之间的关系。茅泽育等^[17] 应用普朗特半经验紊流理论, 得到冰封河道冰盖及床面糙率的计算公式, 并采用新疆北屯电站引水渠的原型观测资料进行验证。魏良琰和黄继忠^[18] 在研究冰盖水流阻力系数时引入冰盖比, 给出了冰封河道综合糙率的一般计算公式, 并采用水槽实验的测量数据对该公式进行了验证, 结果表明计算的糙率与实测值吻合较好。杨开林^[19] 基于水流连续性, 推导得到了冰盖下抛物线形断面综合糙率的通用公式, 并与 Einstein 公式、Sabaneev 公式

收稿日期: 2018-04-06; 网络出版时间: 2018-09-12

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1309.P.20180910.1517.016.html>

基金项目: 国家水体污染控制与治理科技重大专项(2013ZX07102-006); 云南省应用基础研究重点项目(2017FA022)

作者简介: 陈刚(1984—), 男, 云南昭通人, 工程师, 博士研究生, 主要从事水力学及河流动力学方面研究。

E-mail: zxm_232000@163.com

通信作者: 顾世祥, E-mail: gushxang@qq.com

和 Larsen 公式进行理论上计算精度的比较, 结果表明 Sabaneev 公式和 Larsen 公式不适用于宽深比较小的断面。陈刚等^[20]应用 Einstein 阻力划分原理, 将冰盖下矩形过水断面划分为冰盖区、床面区和边壁区, 基于水流连续性推导得到冰盖下矩形河道综合糙率的计算公式。然而, 尽管目前已有许多冰封河道综合糙率的计算公式, 但采用实测数据对比各公式计算精度的研究还鲜有报道。

本文旨在系统地归纳现有推求冰封河道综合糙率的典型计算公式, 并采用冰封河道的野外观测资料和水槽实验测量数据, 检验这些方法估算冰封河道综合糙率的有效性, 再通过分析公式推导过程中所采用各种假定的合理性, 探讨各公式产生误差的原因。

1 冰盖水流综合糙率计算方法

1.1 过流断面阻力划分

冰盖在河流表面形成后, 附加固壁代替明流期的自由水面, 使得最大流速的位置明显下移, 在水深方向形成以最大流速点为界的两层结构^[21-23], 如图 1(a) 所示。因而, 在早期河冰水力学研究中, 通常将冰盖水流等效为互不影响的双层明流^[8-9]。随着对冰盖水流流动结构的深入研究, 结果表明这两层水流并不相互独立, 但是双层假定仍然是目前河冰水力学研究的重要基础。冰盖层和床面层的水深与固壁(床面和冰盖)的相对粗糙度有关, 并不完全相等^[24-25]。为了便于后续公式的推导, 分别记床面层和冰盖层的水深为 Z_1 和 Z_2 , 则两层的水深比为

$$\psi_z = \frac{Z_2}{Z_1} = \left(1 - \frac{Z_1}{H}\right) / \left(\frac{Z_1}{H}\right) \quad (1)$$

式中: H 为总水深; ψ_z 为冰盖层与床面层基于传统双层假定的水深比, 下标 Z 表示采用基于传统双层假定的分层水深。采用双幂律描述冰盖下水流沿水深方向的流速分布, 则最大流速点 Z_1/H 的位置为^[26]

$$\frac{Z_1}{H} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + r_m} \quad (2)$$

式中: m_1 、 m_2 为与固壁阻力有关的幂指数, $r_m = m_2/m_1$ 为幂指数 m_2 和 m_1 的比值, 下标 m 表示幂指数。将式(2)代入式(1), 得

$$\psi_z = r_m \quad (3)$$

然而, 研究发现流速最大点的切应力并不为零^[25-26], 这表明以最大流速为分界点的双层假定并不符合 Einstein 阻力划分的基本原理^[27]。因此, Chen 等^[28]提出了改进的双层假定, 在零应力面将冰盖水流划分床面层和冰盖层, 相应的水深比为

$$\psi_h = \frac{h_2}{h_1} = \left(1 - \frac{h_1}{H}\right) / \left(\frac{h_1}{H}\right) \quad (4)$$

式中: h_1 和 h_2 分别为基于改进双层假定的床面层和冰盖层的水深; ψ_h 为相应的水深比, 下标 h 表示采用基于改进双层假定的分层水深。确定零应力面到床面距离 h_1/H 的方法详见文献[28]。

本文选取抛物线形、矩形和梯形断面作为研究冰封河渠综合糙率系数的典型断面。在双层假定的基础上, 抛物线型断面通常划分为冰盖区和床面区, 其余两种断面则划分为床面区、冰盖区和边壁区, 如图 1 所示。

1.2 综合糙率计算公式

计算综合糙率的计算公式主要分为两大类, 一类基于水流连续性, 假定各分区的水力半径相等, 或湿周相等, 或平均流速相等推导得到冰封河道的综合糙率, 另一类则基于力的平衡推导而来^[9]。鉴于所选典型断面阻力划分得到的子断面数量不同, 先推导出综合糙率的通用计算公式, 再分别针对这些典型断面应用一些常见的假定, 得到冰封河道综合糙率的简化计算公式。为了便于叙述, 将目标断面划分为 N 个子断面, 依次记为 k ($k=1, 2, \dots, N$), 并作为标记该子断面水力参数的下标, 下标“0”用于标记整个断面的水力参数。

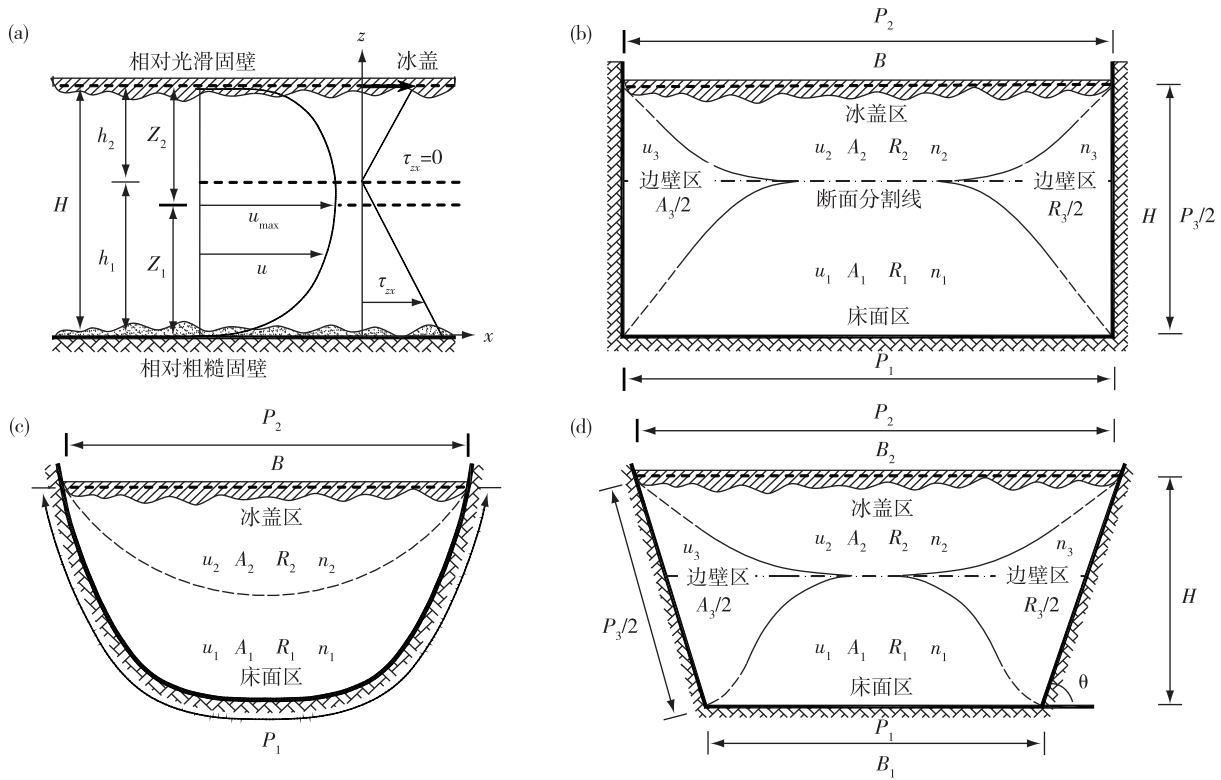


图 1 冰封河道的阻力划分示意

Fig. 1 Sketch map of hydraulic radius separation in ice-covered streams

1.2.1 基于水流连续性的综合糙率计算公式

根据水流的连续性, 总流量等于各子区流量之和, 即

$$Q_0 = \sum_{k=1}^N A_k u_k \tag{5}$$

式中: Q 为流量; A 为过水断面面积; u 为断面平均流速。假定各分区的水力坡降与整个断面的水力坡降相等, 采用明渠水流曼宁公式^[29]计算各分区平均流速和整个过流断面的平均流速, 由式(5)得

$$n_0 = P_0 R_0^{5/3} / \sum_{k=1}^N \frac{P_k R_k^{5/3}}{n_k} \tag{6}$$

式中: n 为糙率; P 为湿周; R 为水力半径。现有冰封综合糙率计算公式多假定各分区的水力半径相等, 或湿周相等, 或平均流速相等, 推导得到冰封河道的综合糙率^[10-11]。因此, 为了便于叙述, 引入以下 3 个参数:

$$\alpha_k = P_k / P_1 \quad \beta_k = u_k / u_1 \quad \lambda_k = R_k / R_1 \tag{7}$$

式中: α 、 β 和 λ 为比例系数。于是, 整个断面的湿周和水力半径分别为:

$$P_0 = P_1 \sum_{k=1}^N \alpha_k \tag{8}$$

$$R_0 = \sum_{k=1}^N \alpha_k \lambda_k / \sum_{k=1}^N \alpha_k \tag{9}$$

将式(8)和式(9)代入式(6), 得到冰封河道综合糙率的计算公式为

$$n_0 = \frac{\left(\sum_{k=1}^N \alpha_k \lambda_k \right)^{5/3}}{\left(\sum_{k=1}^N \alpha_k \right)^{2/3} \left(\sum_{k=1}^N \alpha_k \beta_k \lambda_k \right)} \tag{10}$$

对于抛物线形断面, 分区数量为 $2(N=2)$, 如图 1(c) 所示。由于 β_k 和 λ_k 并不相互独立, 两者之间存在以下关系:

$$\beta_k = \frac{V_k}{V_1} = \frac{(1/n_k)R_k^{2/3}S_0}{(1/n_1)R_1^{2/3}S_0} = \lambda_k^{2/3} \frac{n_1}{n_k} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10), 得到计算抛物线形断面综合糙率的通用公式为

$$n_0 = \frac{(n_1^{3/2} + \alpha_2\beta_2^{3/2}n_2^{3/2})^{5/3}}{(1 + \alpha_2)^{2/3}(n_1^{3/2} + \alpha_2\beta_2^{5/2}n_2^{3/2})} \quad (12)$$

式中: 下标“1”、“2”分别用于标记床面区和冰盖区的水力参数。由式(12)采用不同的假定, 可得到不同的综合糙率计算公式。对于宽浅式河流, 床面区和冰盖区的湿周近似相等($\alpha_2 \approx 1$), 水力半径近似为相应的分区水深, 即

$$n_0 = \frac{1}{2^{2/3}} \left[\frac{(1 + \psi)^{5/3}}{1 + r_n \psi^{5/3}} n_1 \right] \quad (13)$$

式中: ψ 为冰盖区和床面区的水深比; $r_n = n_1/n_2$ 为冰盖区和床面区糙率的比值, 下标 n 表示糙率。当 $\psi = \psi_z = Z_2/Z_1$ 时, 式(13)即为 Larsen 公式^[14]; 当 $\psi = \psi_h = h_2/h_1$ 时, 式(13)为改进的 Larsen 公式^[20]。对于矩形或梯形断面, 分区数量为 $3(N=3)$, 由式(10)得

$$n_0 = \frac{(n_1^{3/2} + \alpha_2\beta_2^{3/2}n_2^{3/2} + \alpha_3\beta_3^{3/2}n_3^{3/2})^{5/3}}{(1 + \alpha_2 + \alpha_3)^{2/3}(n_1^{3/2} + \alpha_2\beta_2^{5/2}n_2^{3/2} + \alpha_3\beta_3^{5/2}n_3^{3/2})} \quad (14)$$

式中: 下标“3”用于标记边壁区的水力参数。对于宽浅式河流, 将 $\alpha_2 \approx 1$, $\alpha_3 \approx 0$ 代入式(14)也能推导得到 Larsen 公式。类似地, 采用分区流速相等($\beta_k \approx 1$), 或水力半径相等($\lambda_k \approx 1$)等假定, 可推导得到 Einstein 公式、Sabaneev 等常用的综合糙率计算公式, 详见表 1。

1.2.2 基于力的平衡原理的综合糙率计算公式

根据力在水流方向的平衡关系, 控制体内水体重力沿水力方向的分力与作用于湿周上的应力之和相等, 即

$$\rho g A_0 S_0 = \sum_{k=1}^N \tau_k P_k \quad (15)$$

式中: ρ 为流体密度; g 为重力加速度; S_0 为河道比降; τ 为边界切应力。根据曼宁公式, 恒定均匀流的边界切应力可表示为^[9]

$$\tau_k = \frac{\rho g u_k^2}{C_k^2} = \frac{\rho g n_k^2 u_k^2}{R^{1/3}} \quad (16)$$

于是, 式(15)改写为

$$\frac{n_0^2 u_0^2}{R_0^{1/3}} P_0 = \sum_{k=1}^N \frac{n_k^2 u_k^2}{R_k^{1/3}} P_k \quad (17)$$

将式(8)和式(9)代入式(17), 得到基于力的平衡原理的综合糙率通用公式为

$$n_0 = \frac{\left(\sum_{k=1}^N \alpha_k \lambda_k \right)^{7/6} \left(\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k \beta_k^2}{\lambda_k^{1/3}} n_k \right)^{1/2}}{\left(\sum_{k=1}^N \alpha_k \right)^{2/3} \sum_{k=1}^N \alpha_k \beta_k \lambda_k} \quad (18)$$

对于抛物线形断面($N=2$), 式(18)简化为

$$n_0 = \frac{(1 + \alpha_2 \lambda_2)^{7/6}}{(1 + \alpha_2)^{2/3} (1 + \alpha_2 \beta_2 \lambda_2)} \left(n_1^2 + \frac{\alpha_2 \beta_2^2}{\lambda_2^{1/3}} n_2 \right)^{1/2} \quad (19)$$

假定分区流速相等, 即 $\beta_2 = 1$, 由式(11)得

$$\lambda = r_n^{-3/2} \tag{20}$$

将式(20)代入, 式(19)简化为 Einstein 公式:

$$n_0 = \left(\frac{n_1^{3/2} + \alpha_2 n_2^{3/2}}{1 + \alpha_2} \right)^{2/3} \tag{21}$$

对于矩形或梯形断面, 分区数量 N 等于 3, 式(18)简化为

$$n_0 = \frac{(1 + \alpha_2 \lambda_2 + \alpha_3 \lambda_3)^{7/6}}{(1 + \alpha_2 + \alpha_3)^{2/3} (1 + \alpha_2 \beta_2 \lambda_2)} \left(n_1^2 + \frac{\alpha_2 \beta_2^2}{\lambda_2^{1/3}} n_2^2 + \frac{\alpha_3 \beta_3^2}{\lambda_3^{1/3}} n_3^2 \right)^{1/2} \tag{22}$$

令 $\beta_k = 1$ (分区流速相等), 并考虑宽浅式河流 $\alpha_3 \approx 0$, 由式(22)也能推导得到 Einstein 公式。同理, 基于不同的假定, 由式(19)还能简化得到 Lotter 公式和 Pavlovskiy 公式, 详见表 1。

表 1 通用公式导出的冰封河道综合糙率计算公式

Table 1 Equations for composite Manning coefficient obtained from the general formulae

编号	计算公式 n_0/n_1	通用公式		采用的假定			K	作者(年份)	备注
		水流连续性	力平衡原理	$\alpha_2 = 1$	$\beta_2 = 1$	$\lambda_2 = 1$			
A	$= \frac{1}{2^{2/3}} \left[\frac{(1+\psi)^{5/3}}{1+r_n \psi^{5/3}} \right]$	✓		✓			$= \frac{1}{2^{2/3}} \left[\frac{(1+r_m)^{5/3}}{1+r_m^{1/2}} \right]$	Larsen (1969)	$\alpha_3 \approx 0$
B	$= \left(\frac{1+\alpha_2 r_n^{-3/2}}{1+\alpha_2} \right)^{2/3}$	✓			✓		$= \left(\frac{1+\alpha_2 r_m^{7/4}}{1+\alpha_2} \right)^{2/3}$	Einstein (1934)	
C	$= \left(\frac{1+r_n^{-3/2}}{2} \right)^{2/3}$	✓		✓	✓		$= \left(\frac{1+r_m^{7/4}}{2} \right)^{2/3}$	Sabaneev (1948)	$\alpha_3 \approx 0$
D	$= \frac{1+\alpha_2}{1+\alpha_2 r_n}$		✓			✓	$= \frac{1+\alpha_2}{1+\alpha_2 r_m^{-7/6}}$	Lotter (1933)	
E	$= \left(\frac{1+\alpha_2 r_n^{-2}}{1+\alpha_2} \right)^{1/2}$		✓		✓	✓	$= \left(\frac{1+\alpha_2 r_m^{7/12}}{1+\alpha_2} \right)^{1/2}$	Pavlovskiy (1931)	

1.3 公式简化

河流封冻后, 冰盖下表面的阻力系数往往难以观测, 并且在热力、水力条件的共同作用下随时间变化, 使得冰封河道综合糙率系数极为复杂。由于冰盖和床面糙率的差异会在垂向流速分布上有所体现, 采用双幂律描述冰盖下垂向流速分布时, 表现为幂指数比 r_m 取值的变化, 因而可建立两固壁糙率比值 r_n 与幂指数比 r_m 之间的关系。由于估算床面糙率的方法已较为成熟, 若能进一步建立综合糙率和床面糙率之间的关系, 就能将复杂问题转化为相对熟知的问题, 从而达到简化问题的目的。即将综合糙率 n_0 表示为

$$n_0 = K n_1 \tag{23}$$

式中: K 为比例系数, 主要与糙率比 r_n 、水深比 ψ 有关, 见表 1。床面区和冰盖区糙率的计算公式为^[20]

$$n_1 = \frac{\kappa R_1^{1/6}}{m_1 \sqrt{g}} \quad n_2 = \frac{\kappa R_2^{1/6}}{m_2 \sqrt{g}} \tag{24}$$

式中: κ 为卡门常数。对于宽浅式河道, 由式(24)得到 r_n 与 r_m 、 ψ_z 之间存在以下关系:

$$r_n = \frac{1}{\psi_z^{1/6} r_m} \tag{25}$$

联立式(3)和式(24), 解得

$$r_n = \frac{1}{r_m^{7/6}} \tag{26}$$

将式(3)和式(26)代入表 1 所列的常用综合糙率计算公式, 得到各公式 K 的表达式, 见表 1。特别地, 对于矩形断面或宽浅河道($\alpha_2 = 1$), 各计算公式的 K 仅与幂指数比 r_m 有关。

2 验证资料

为了检验表 1 中冰封河流综合糙率计算公式的可靠性, 本文收集了水槽实验数据和野外观测资料进行验证, 其中水槽实验测量数据共 27 组, 野外观测资料 12 组(此时采用野外观测断面所在河流的名称表示工况), 各观测断面的断面尺寸和水力参数见表 2。表中实测糙率由曼宁公式根据实测的流量、断面尺寸和水力比降推算得到, 进而推算得到实测的 K_{CL} 值。

表 2 用于验证的冰封河道断面资料

Table 2 Geometrical parameters and flow characteristics for tests in ice-covered channels

资料来源	工况	断面尺寸		$S_0/\%$	阻力参数		K_{CL}	
		B/m	H/m		m_1	r_m		
文献[7]	S.W. Miramichi R., NB	92	2.00	0.07	3.59	0.49	0.75	
	Burnt R., ON	32	1.90	0.04	3.20	0.58	0.83	
	Pembina R., AB	74	0.70	0.13	3.23	0.52	0.66	
	Halfway R., BC	39	0.54	0.80	2.77	0.46	0.81	
	Peace R., NWT	525	4.50	0.04	5.44	0.59	0.78	
	Yellowknife R., NWT	72	3.00	0.01	3.55	0.60	0.83	
	Fraser R., BC	95	1.30	0.10	3.25	0.51	0.71	
	Takhini R., YT	46	1.40	0.08	3.12	0.52	0.75	
	Yukon R., YT	145	2.50	0.40	3.69	0.52	0.85	
	文献[18]	WH-Test1	0.50	0.20	0.48	9.68	1.17	1.36
WH-Test2		0.50	0.17	0.46	9.68	1.17	1.33	
WH-Test3		0.50	0.14	0.45	9.68	1.17	1.30	
WH-Test4		0.50	0.22	1.07	9.58	1.17	1.46	
WH-Test5		0.50	0.19	1.12	9.48	1.17	2.43	
WH-Test6		0.50	0.21	0.90	9.26	1.17	2.45	
WH-Test7		0.50	0.20	0.77	9.26	1.17	2.47	
WH-Test8		0.50	0.20	0.66	9.58	1.18	2.48	
WH-Test10		0.50	0.24	2.85	8.00	2.54	1.15	
WH-Test11		0.50	0.22	3.06	8.00	2.54	1.16	
WH-Test12		0.50	0.05	2.53	8.00	2.54	0.75	
WH-Test13		0.50	0.06	2.53	8.00	2.54	0.72	
WH-Test15		0.50	0.04	2.57	3.45	1.13	0.81	
WH-Test16		0.50	0.04	2.28	3.45	1.13	0.77	
文献[22]		PM-R1	0.91	0.19	0.197	7.02	0.83	0.84
		PM-R2	0.91	0.21	0.197	6.63	1.04	0.95
	PM-R3	0.91	0.18	0.197	5.73	1.21	0.73	
文献[23]	Athabasca R., AL	425	5.00	0.50	5.73	2.35	2.19	
	Athabasca R., AL	425	4.00	0.50	5.47	2.24	2.23	
	Athabasca R., AL	425	3.50	0.50	5.04	2.72	2.61	
文献[24]	SE-S2	0.91	0.19	1.37	4.51	0.60	0.84	
	SE-M2	0.91	0.21	1.29	4.79	0.84	0.94	
	SE-R2	0.91	0.24	1.33	4.70	1.03	1.44	
	SE-S4	0.91	0.24	1.34	4.59	0.60	1.43	
	SE-M4	0.91	0.24	1.30	4.90	0.84	1.41	
	SE-R4	0.91	0.22	1.30	4.70	1.03	1.33	
文献[30]	EN-101	1.22	0.22	0.65	3.10	0.48	0.86	
	EN-102	1.22	0.25	0.79	4.12	0.51	0.98	
	EN-103	1.22	0.29	2.49	4.60	0.61	1.09	
	EN-104	1.22	0.19	1.61	4.60	0.61	0.73	

3 比较与讨论

3.1 公式比较

为便于对比分析, 定义综合糙率的相对误差为实测糙率(下标“SC”)和计算值(下标“JS”)之差与实测值的比值, 即

$$E = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left| \frac{n_{0JS} - n_{0SC}}{n_{0SC}} \right| = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left| \frac{K_{JS} - K_{SC}}{K_{SC}} \right| \times 100\% \tag{27}$$

式中: M 为验证工况的数量。各公式的相对误差见表 3, 表中 δ 表示过水断面的宽深比。总体而言, 改进的 Larsen 公式计算精度最高, Lotter 公式和 Pavlovskiy 公式的计算精度最差。但是, 当宽深比较小时, 改进的 Larsen 公式的计算误差也较大, 这是因为该公式是针对宽浅式断面提出的。

表 3 冰封河道综合糙率常用计算公式的精度比较

Table 3 Comparisons of computational accuracy for the selected formulae for composite roughness in ice-covered channels

数据来源	M	δ	r_m	$E/\%$				
				Larsen 公式	Sabaneev 公式	Lotter 公式	Pavlovskiy 公式	改进的 Larsen 公式
文献[7]	9	24~117	0.46~0.53	6.8	6.1	16.0	19.4	7.3
文献[18]	6	2~3	0.60~1.03	17.9	16.5	24.1	31.5	14.1
文献[22]	4	3~4	0.48~0.61	4.2	4.4	3.4	7.4	4.6
文献[23]	3	85~121	2.24~2.72	17.7	13.6	36.8	50.4	3.2
文献[24]	3	4~5	0.83~1.21	7.4	8.2	5.8	16.8	7.0
文献[30]	14	19~31	1.13~2.54	2.7	3.7	9.1	21.2	2.1

为了直观地对比各公式与实测值的吻合程度, 以 r_m 为横坐标, K 为纵坐标, 将各公式计算的 K 值和实测值进行对比, 见图 2。由图 2 可见, 当 $r_m = 1$, 即冰盖和床面的糙率相等时, 各公式计算的 K 值相等; 当 $r_m < 1$, 即冰盖糙率大于床面糙率时, 除 Pavlovskiy 公式外, 其余 4 种计算公式的 K 值差异较小, 计算得到综合糙率与实测值吻合得较好; 当 $r_m > 1$, 即床面糙率大于冰盖糙率时, 只有改进的 Larsen 公式与实测值吻合较好, 其他公式均明显地低估了冰封河道的综合糙率。综上, 改进的 Larsen 公式计算精度最高, 推荐使用该公式计算冰封河道的综合糙率。

3.2 讨论

分区流速相等($\beta_2 = 1$)是推导综合糙率时常用的假定之一。采用文献[28]的方法计算得到分区流速比 β_2 随幂指数比 r_m 的变化趋势, 见图 3(a)。由图 3(a)可见, 理论上只有床面和冰盖的糙率相等时($r_m = 1$, 对称断面), 分区流速才相等; 在实际应用中, 当床面和冰盖的糙率差异较小时($0.8 < r_m < 1.2$, 非对称断面), 分区流速近似相等, 此时采用分区流速相等是合适的。因此, 当 $0.8 < r_m < 1.2$ 时, Einstein、Sabaneev 和 Pavlovskiy 等基于分区流速相等的计算公式与改进的 Larsen 公式大致相等(见图 3); 但是, 当床面和冰盖的糙率差异较大时($r_m > 1.2$ 或 $r_m < 0.8$, 非对称断面), 分区流速差异较大, 采用基于分区流速相等的公式计算综合糙率会带来较大的误差。这表明基于流速相等假定的计算公式仅适用于固壁糙率差异较小的情况。

同理, 分区水力半径比 λ_2 随 r_m 的变化趋势见图 3(b)。由图 3(b)可见, λ_2 随 r_m 的变化而变化, 并不都等于 1, 即假定分区水力半径相等($\lambda_2 = 1$)也不具普适性。因此, 基于分区水力半径相等的 Pavlovskiy 公式和 Lotter 公式计算精度也不高。

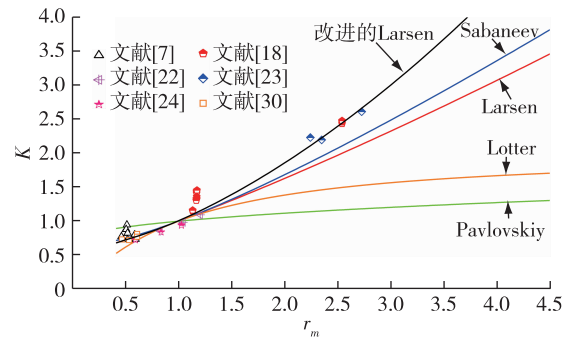
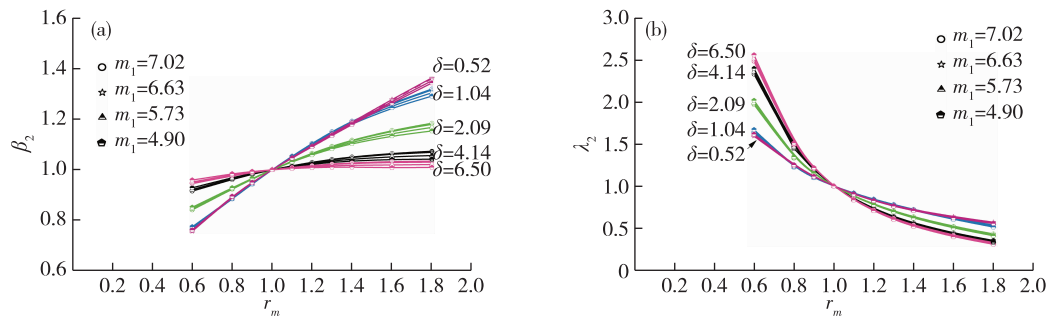


图 2 综合糙率的实测值与各公式计算值的对比
Fig. 2 Comparison of the calculated results of composite roughness calculation formulae with measured data

图3 比例系数 β 和 λ 随 r_m 和 δ 的变化趋势Fig. 3 Variations of β and λ with r_m and aspect ratio δ ($B = 0.910$ m and $S = 1.370\%$)

由于寒区河流在冬季多为宽浅式断面，假定湿周相等($\alpha_2 = 1$)相对合理，总体而言，Larsen公式和改进的Larsen公式精度相对较高。Larsen公式和改进的Larsen公式均采用了双层假定，差异在于分层界限不同，Larsen公式以零速度梯度(最大流速)面为界将水流划分为两层，但Larsen并未给出确定冰盖区和床面区水深比值 ψ_z 的方法。尽管Uzuner在评述Larsen公式时，基于双对数律给出了确定 ψ_z 的方法，但采用双对数律描述主流流速垂线分布时，在最大流速点并不连续，确定 ψ_z 的计算过程较为繁琐。本文采用的双幂律在最大流速点连续，直接求导即可得到最大流速点的位置，进而简便地就能确定 ψ_z 的值。

4 结 论

本文根据水流连续性和力的平衡原理，提出了冰封河道综合糙率的通用计算公式，理论分析表明现有的许多冰封河道综合糙率计算公式均可由通用公式基于分区的湿周、流速或水力半径相等简化得到。

采用实测资料对Pavlovskiy公式、Einstein公式、Lotter公式、Sabaneev公式、Larsen公式和改进的Larsen公式的计算精度进行对比，结果表明改进的Larsen公式计算精度较高。对冰封河道而言，理论上只有两固壁(冰盖和床面)糙率相等时，分区的流速和水力半径才相等。当两固壁糙率差异较大时，分区的流速和水力半径的差异也较大，此时采用基于分区流速相等的Einstein公式、Sabaneev公式和Pavlovskiy公式计算综合糙率会产生较大误差。寒冬季节冰封河道通常为宽浅式断面，这是基于湿周相等的综合糙率计算公式更接近于实测值的原因。

参考文献:

- [1] ATTAR S, LI S S. Momentum, energy and drag coefficients for ice-covered rivers[J]. River Research and Applications, 2013, 29(10): 1267-1276.
- [2] BENNETT K E, PROWSE T D. Northern Hemisphere geography of ice-covered rivers[J]. Hydrological Processes, 2010, 24: 235-240.
- [3] AMBTMAN K D, HICKS F. Field estimates of discharge associated with ice jam formation and release events[J]. Canadian Water Resources Journal, 2012, 37(1): 47-56.
- [4] 张防修, 席广永, 张晓丽, 等. 凌汛期槽蓄水增量过程模拟[J]. 水科学进展, 2015, 26(2): 201-211. (ZHANG F X, XI G Y, ZHANG X L, et al. Simulation of channel-storage increment process in ice flood period[J]. Advances in Water Science, 2015, 26(2): 201-211. (in Chinese))
- [5] SHEN H T. Research on river ice processes: progress and missing links[J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2003, 17(4): 135-142.
- [6] 徐国宾, 李大冉, 赵焱, 等. 南水北调中线输水工程若干冰力学问题试验研究[J]. 水科学进展, 2010, 21(6): 808-815. (XU G B, LI D R, ZHAO Y, et al. Laboratory study of problems in ice mechanics encountered in the Middle Route of South-to-North water transfer project[J]. Advances in Water Science, 2010, 21(6): 808-815. (in Chinese))

- [7] ATTAR S, LI S S. Data-fitted velocity profiles for ice-covered rivers[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2012, 39(3): 334-338.
- [8] UZUNER M S. The composite roughness of ice-covered streams[J]. Journal of Hydraulic Research, 1975, 13(1): 79-102.
- [9] GHAREH AGHAJI ZARE S, MOORE S A, RENNIE C D, et al. Estimation of composite hydraulic resistance in ice-covered alluvial streams[J]. Water Resources Research, 2016, 52: 1306-1327.
- [10] PAVLOVSKIY N N. On a design formula for uniform flow in channels with nonhomogeneous walls[J]. Transactions of the Vedenev All-Union Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering, 1931, 3: 157-164.
- [11] LOTTER G K. Considerations on hydraulic design channels with different roughness of walls[J]. Transactions of the Vedenev All-Union Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering, 1933, 7: 55-88.
- [12] EINSTEIN H A. The hydraulic cross section radius[J]. Schweizersche Bauzeitung, 1934, 103(8): 89-91.
- [13] SABANEEV A A. Calculation of uniform flow in a channel with inhomogeneous walls[J]. Trudy LPI, 1948, 5: 5-12.
- [14] LARSEN P A. Head losses caused by an ice cover on open channels[J]. Journal of the Boston Society of Civil Engineers, 1969, 56(1): 45-67.
- [15] 陈仁升, 康尔泗, 吴立宗, 等. 中国寒区分布探讨[J]. 冰川冻土, 2005, 27(4): 469-475. (CHEN R S, KANG E S, WU L Z, et al. Cold regions in China[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2005, 27(4): 469-475. (in Chinese))
- [16] 隋觉义, 方达宪. 江河冰塞糙率的分析研究[J]. 水利学报, 1993, 24(8): 10-18. (SUI J Y, FANG D X. Roughness coefficient of river ice jams[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1993, 24(8): 10-18. (in Chinese))
- [17] 茅泽育, 马吉明, 余云童, 等. 冰封河道的阻力研究[J]. 水利学报, 2005, 36(5): 59-64. (MAO Z Y, MA J M, SHE Y T, et al. Hydraulic resistance of ice-covered river[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(5): 59-64. (in Chinese))
- [18] 魏良琰, 黄继忠. 冰盖流阻力与综合 Manning 糙率[J]. 武汉大学学报(工学版), 2002, 35(4): 1-8. (WEI L Y, HUANG J Z. Composite Manning roughness coefficient of ice-covered flows[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2002, 35(4): 1-8. (in Chinese))
- [19] 杨开林. 明渠冰盖下流动的综合糙率[J]. 水利学报, 2014, 45(11): 1310-1317. (YANG K L. Composite roughness of ice-covered flows in open channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(11): 1310-1317. (in Chinese))
- [20] 陈刚, 张玉蓉, 周密, 等. 冰盖下矩形河道的综合糙率[J]. 水科学进展, 2016, 27(2): 290-298. (CHEN G, ZHANG Y R, ZHOU M, et al. Composite roughness of rectangular ice-covered rivers[J]. Advances in Water Science, 2016, 27(2): 290-298. (in Chinese))
- [21] 王军. 冰冻河道下流速分布和阻力问题探讨[J]. 水科学进展, 2005, 16(1): 28-31. (WANG J. Discussion of velocity distribution and resistance under ice cover[J]. Advances in Water Science, 2005, 16(1): 28-31. (in Chinese))
- [22] PARTHASARATHY R N, MUSTE M. Velocity measurements in asymmetric turbulent channel flows[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1994, 120(9): 1000-1020.
- [23] TATINCLAUX J C, GÖGÜS M. Asymmetric plane flow with application to ice jams[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1983, 109(11): 1540-1554.
- [24] SMITH B T, ETTEMA R. Flow resistance in ice-covered alluvial channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997, 123(7): 592-599.
- [25] HANJALIC K, LAUNDER B E. Fully developed asymmetric flow in a plane channel[J]. Journal of Fluid Mechanism, 1972, 51(2): 301-335.
- [26] CHEN G, GU S X, HUAI W X, et al. Boundary shear stress in rectangular ice-covered channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 141(6): 06015005.
- [27] EINSTEIN H A. Formulas for the transportation of bed-load[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1942, 107(2140): 561-597.
- [28] CHEN G, ZHOU M, GU S X, et al. Analytical model for stage-discharge prediction in rectangular ice-covered channels[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, 142(7): 06016006.
- [29] YEN B C. Dimensionally homogeneous Manning's formula[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1992, 118(9): 1326-1332.
- [30] ENGMANN E O. The turbulent diffusion in channels with a surface cover[J]. Journal of Hydraulic Research, 1977, 15(4): 327-335.

Comparisons of methods for predicting composite roughness in ice-covered rivers*

CHEN Gang^{1,2}, ZHANG Yurong², PU Chengsong², ZHANG Tianli², GU Shixiang²

(1 State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2 Yunnan Survey and Design Institute of Water Conservancy and Hydropower, Kunming 650021, China)

Abstract: Composite roughness is a vital input parameter for hydraulic calculations of ice-covered channels. Two general equations for deriving composite roughness coefficient in ice-covered streams, based on the principles of flow continuity or force balance, are presented in this paper. Taking parabolic, rectangular, and trapezoidal under-ice flow sections as the representative geometries, this paper systematically summarizes the assumptions (e. g. , equalities of wetter perimeters, subsectional mean velocities, and hydraulic radii) used in the derivation of six formulae; those of Pavlovskiy, Einstein, Lotter, Sabaneev, Larsen and its modified form. Laboratory measurements and field observations were used to examine the performance of those above-mentioned formulae. Comparative results indicated that the modified Larsen formula had the best overall performance and therefore its use is recommended in engineering practice. The first five formulae produced relatively large errors in the prediction of composite roughness of ice-covered streams because the main assumptions of equalities of velocities and hydraulic radii are only valid for few special cases. In particular, care should be taken when using the Lotter and Pavlovskiy formulae because of their underestimation of the composite roughness in high-grade asymmetric channels.

Key words: composite roughness; ice-covered river; two-layer hypothesis; hydraulic radius separation

《水科学进展》录用定稿网络首发公告

《水科学进展》已经与中国知网签署版权合作协议，参与启动“学术期刊网络版示范工程”，率先以录用定稿网络首发方式在CAJ-N正式出版期刊网络版。以网络首发方式发表单篇论文是出版学术期刊网络版的实质意义所在，其对作者研究成果首发权、学术竞争力和影响力，以及读者获取科研情报与知识的及时性具有无可争议的重要性。对于促进学术期刊转型，促进国家“创新驱动发展”战略的实施具有重要意义。录用定稿网络首发之后，在后续的排版定稿、整期汇编定稿网络版和印刷版中，不得修改论文题目、作者署名、作者单位以及其学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

《水科学进展》编辑部

* The study is financially supported by the Major Science and Technology Program for Water Pollution Control and Treatment of China (No. 2013ZX07102-006).